ZBIÓR ZADAŃ
Z MATUR
ORAZ
ARKUSZY POKAZOWYCH
Z LAT 2022 - 2024
opublikowanych przez
CKE

zebrała i podzieliła na działy Małgorzata Stępień

Liczby rzeczywiste

Ułamki:

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 + 3 \cdot 2^{-1})^{-2}$ jest równa

A. $\frac{25}{4}$ **B.** $\frac{4}{25}$ **C.** $\frac{36}{49}$ **D.** $\frac{40}{9}$

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{3^{-1}}{\left(-\frac{1}{9}\right)^{-2}} \cdot 81$ jest równa

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$ **C.** 3 **D.** (-3)

Potęgi i pierwistki:

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\left(-\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\left(-\frac{2}{3}\right)$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$ jest równa

A. 6^{600} **B.** 6^{101} **C.** 36^{100} **D.** 36^{600}

Która z podanych równości (A–D) jest prawdziwa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\left(\sqrt{7} + \sqrt{5}\right)^3 = \sqrt{7^3} + \sqrt{5^3}$

B. $\sqrt{\sqrt{144} + \sqrt{16}} = 2^{\frac{4}{2}}$

C. $\left(\sqrt{2\frac{1}{4}}\right)^3 = 2^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^3$

D. $\left(\sqrt[3]{64}\right)^{\frac{1}{8}} = 8^3$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

A. x **B.** $\sqrt[10]{x}$ **C.** $\sqrt[18]{x}$ **D.** x^2

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $3\sqrt{45} - \sqrt{20}$ jest równa

A. $(7 \cdot 5)^{\frac{1}{2}}$ **B.** $5^{\frac{1}{2}}$ **C.** 7 **D.** $7 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

A. 2^{24} **B.** 2^{16} **C.** 2^{12} **D.** 2^8

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $2^{-1} \cdot 32^{\frac{3}{5}}$ jest równa

A. (-16) **B.** (-4) **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{4}{25}\right)^{-0,5}$ jest równa

A. $0{,}04$ **B.** $0{,}8$ **C.** $2{,}5$ **D.** $0{,}4$

Logarytmy

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

A. 81 **B.** 9 **C.** 4 **D.** 2

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2\log_5 5 + 1 - \frac{1}{2}\log_5 625$ jest równa

A. 1 **B.** 5 **C.** 10 **D.** 25

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\log_7 98 - \log_7 2$ jest równa

A. 7 **B.** 2 **C.** 1 **D.** (-1)

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa

A. (-1) **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** 5

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{25} 1 - \frac{1}{2}\log_{25} 5$ jest równa

A. $\left(-\frac{1}{4}\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{\sqrt{3}} 9$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 9

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_3\left(\frac{3}{2}\right)+\log_3\left(\frac{2}{9}\right)$ jest równa

A. $\log_3\frac{31}{18}$ **B.** $\log_3\frac{5}{11}$ **C.** (-1) **D.** $\frac{1}{3}$

Zadanie 4. (0–2)

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Prawdziwe są równości: .... oraz ....

A. $\log_2 16+\log_2 9=\log_2 25$

B. $\log_2 16+\log_2 9=2\cdot\log_2 5$

C. $\log_2 16+\log_2 9=\log_2 144$

D. $\log_2 16+\log_2 9=\log_4 144$

E. $\log_2 16+\log_2 9=4+2\cdot\log_2 3$

F. $\log_2 16+\log_2 9=2\cdot\log_4 12$

Wyrażenia algebraiczne:

Dokończ zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y wyrażenie
$9-(x^2-2xy+y^2)$ jest równe

A. $[3-(x-2y)]^2$

B. $[3+(x-2y)]^2$

C. $[3-(x+2y)]^2$

D. $[3-(x-y)]\cdot[3+(x-y)]$

E. $[3-(x+2y)]\cdot[3+(x+2y)]$

F. $-[(x-y)-3]\cdot[(x-y)+3]$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a-3)^2-(2a+3)^2$ jest równe

A. $-24a$ **B.** 0 **C.** 18 **D.** $16a^2-24a$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wartość wyrażenia $(3+4a)^2-(3-4a)^2$ jest równa

A. $32a^2$ **B.** 0 **C.** $48a$ **D.** $8a^2$

Liczbę $a=\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)^2$ można zapisać w postaci $a=x+y\sqrt{14}$, gdzie $x\in\mathbb{Z}$ oraz $y\in\mathbb{Z}$.

Uzupełnij poniższe równości. Wpisz właściwe liczby w wykropkowanych miejscach.

$x=$ ....

$y=$ ....

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia
$(2a+b)^2-(2a-b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

A. $8a^2$ **B.** $8ab$ **C.** $-8ab$ **D.** $2b^2$

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(2\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)^2$ jest równa

A. 22 **B.** 42 **C.** $42+4\sqrt{5}$ **D.** $42+8\sqrt{5}$

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(1+\sqrt{5}\right)^2-\left(1-\sqrt{5}\right)^2$ jest równa

A. 0 **B.** (-10) **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $2+2\sqrt{5}$

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\left(2-\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{3}-2\right)^2$ jest równa

A. $(-2\sqrt{3})$ **B.** 0 **C.** 6 **D.** $8\sqrt{3}$

Nierówności:

Dana jest nierówność

$$2-\frac{x}{2}\geq\frac{x}{3}-3$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. 6 **B.** 5 **C.** 7 **D.** (-6)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3)\leq\frac{2-x}{3}$$

jest przedział

A. $(-\infty,-4]$ **B.** $(-\infty,4]$ **C.** $[-4,\infty)$ **D.** $[4,\infty)$

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich całkowitych dodatnich rozwiązań nierówności

$$\frac{3x-5}{12} < \frac{1}{3}$$

jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$1-\frac{3}{2}x < \frac{2}{3}-x$$

jest przedział

A. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$ **B.** $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\frac{3(6-x)}{17} \leq 3$$

jest przedział

A. $(-\infty,-11)$ **B.** $(-\infty,-11]$ **C.** $(-11,+\infty)$ **D.** $[-11,+\infty)$

Zadania na dowodzenie:

Zadanie 4. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $3n^3+18n^2+15n$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej k reszta z dzielenia liczby $49k^2+7k-2$ przez 7 jest równa 5.

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 26. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $10n^2 + 30n + 8$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

Zadanie 5. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $5n^3 - 5n$ jest podzielna przez 30.

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+5)^2 + 3$ jest podzielna przez 4.

Funkcje

Układy równań

Dana jest liczba dwucyfrowa a, w której suma cyfr jest równa 14. Jeżeli zamienimy miejscami jej cyfry, otrzymamy liczbę o 18 mniejszą od liczby sprzed tej zamiany cyfr.

Oblicz liczbę a. Zapisz obliczenia.

Pies goni lisa. Początkowa odległość między zwierzętami równa była 30 m. Długość każdego skoku psa jest równa 2 m, długość każdego skoku lisa jest równa 1 m.
W czasie, w którym lis wykonuje trzy skoki, pies skacze dwa razy.

Oblicz dystans, po przebiegnięciu którego pies dogoni lisa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), punkt $(-8, 6)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach

A. $2x + 3y = 2$ i $-x + y = -14$.

B. $3x + 2y = -12$ i $2x + y = 10$.

C. $x + y = -2$ i $x - 2y = 4$.

D. $x - y = -14$ i $-2x + y = 22$.

Suma liczb rzeczywistych a i b równa jest 527. Wiemy, że 8% liczby a jest równe $7{,}5\%$ liczby b.

Oblicz liczby a i b. Zapisz obliczenia.

Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1040 zł. Bankomat wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100-złotowych było dwa razy więcej niż 50-złotowych, a banknotów 20-złotowych było o 2 mniej niż 50-złotowych.

Niech x oznacza liczbę banknotów 50-złotowych, a y – liczbę banknotów 20-złotowych, które otrzymał ten klient.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

A. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł. Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y, jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

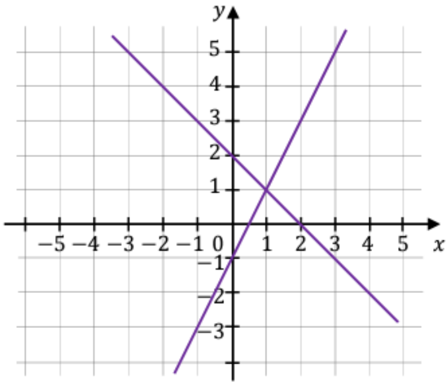
B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

Zadanie 10. (0–1)

W październiku 2022 roku założono dwa sady, w których posadzono łącznie 1960 drzew. Po roku stwierdzono, że uschło 5% drzew w pierwszym sadzie i 10% drzew w drugim sadzie. Uschnięte drzewa usunięto, a nowych nie dosadzano.

Liczba drzew, które pozostały w drugim sadzie, stanowiła 60% liczby drzew, które pozostały w pierwszym sadzie.

Niech x oraz y oznaczają liczby drzew posadzonych – odpowiednio – w pierwszym i drugim sadzie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego poprawne rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczby x drzew posadzonych w pierwszym sadzie oraz liczby y drzew posadzonych w drugim sadzie, jest

A. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0{,}6 \cdot 0{,}95x = 0{,}9y \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0{,}95x = 0{,}6 \cdot 0{,}9y \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0{,}05x = 0{,}6 \cdot 0{,}1y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0{,}4 \cdot 0{,}95x = 0{,}9y \end{cases}$

Dany jest prostokąt o bokach długości a i b, gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy 30. Jeden z boków prostokąta jest o 5 krótszy od drugiego.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań

oznaczonych literami: ……… oraz ……… .

A. $\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$

E. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

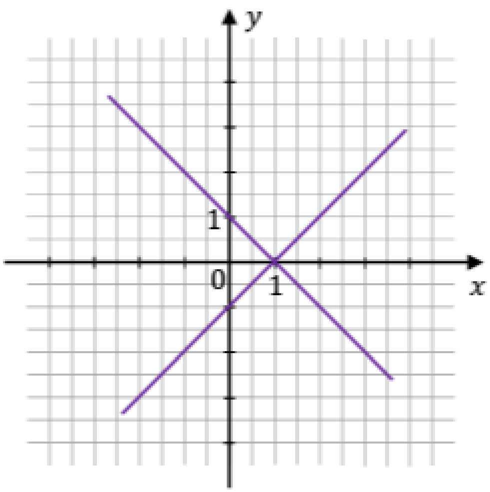
F. $\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$

Dany jest układ równań

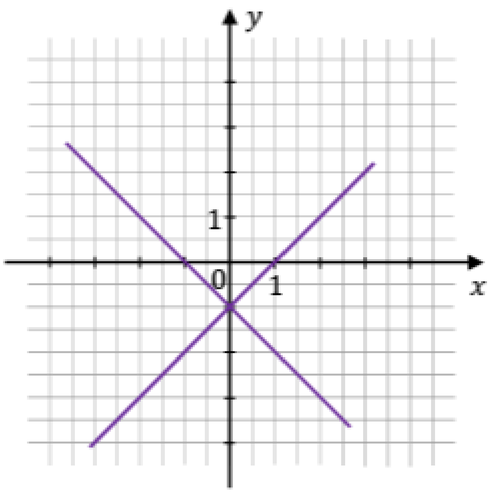
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

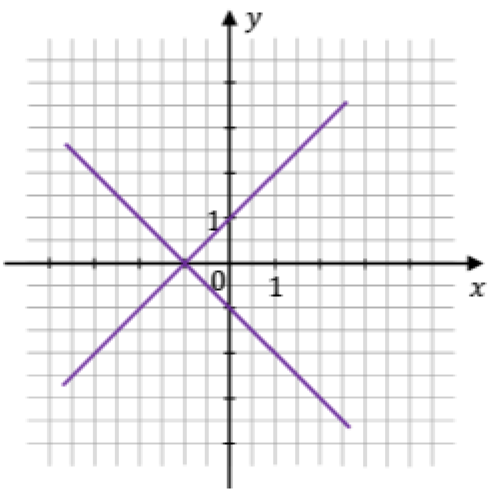
A.



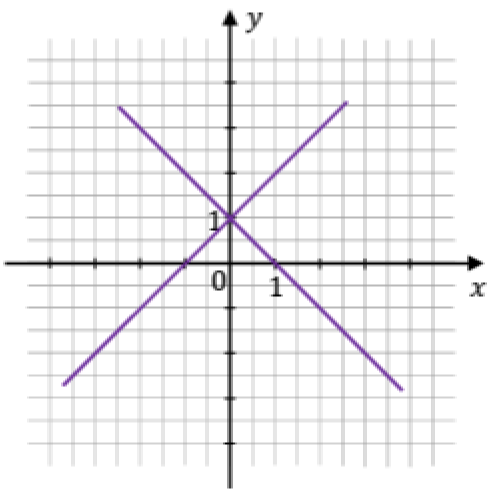
B.



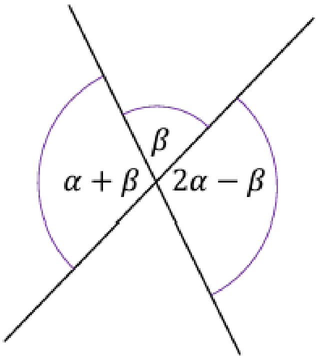
C.



D.



Dane są dwie przecinające się proste. Miary kątów utworzonych przez te proste zapisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Układem równań, w którym zapisano prawidłowe zależności między miarami kątów utworzonych przez te proste, jest układ

A. $\begin{cases}(\alpha+\beta)+\beta=90^\circ\\ \alpha+\beta=2\alpha-\beta\end{cases}$

B. $\begin{cases}(\alpha+\beta)+\beta=180^\circ\\ \alpha+\beta=2\alpha-\beta\end{cases}$

C. $\begin{cases}(\alpha+\beta)+\beta=180^\circ\\ \beta=2\alpha-\beta\end{cases}$

D. $\begin{cases}\alpha+\beta=90^\circ\\ \beta=2\alpha-\beta\end{cases}$

E. $\begin{cases}\alpha+\beta=2\alpha-\beta\\ 180^\circ-(2\alpha-\beta)=\beta\end{cases}$

F. $\begin{cases}3\alpha+2\beta=360^\circ\\ 2\alpha-\beta=2\beta\end{cases}$

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases}x-2y=3\\ -4x+8y=-12\end{cases}$

A. nie ma rozwiązań.

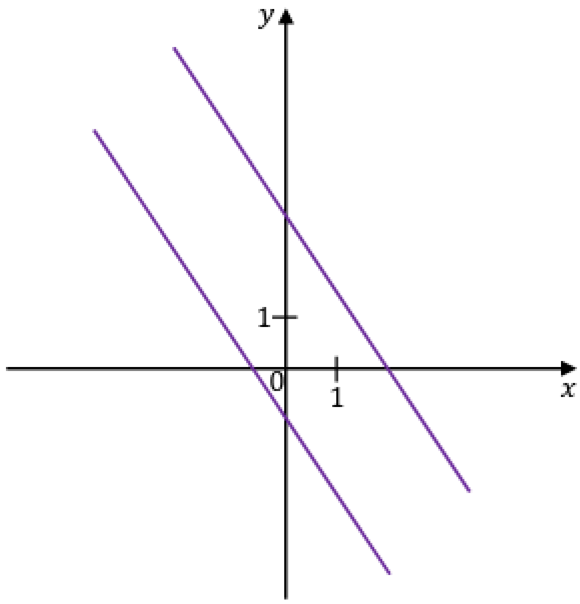
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono dwie proste równoległe, które są interpretacją geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

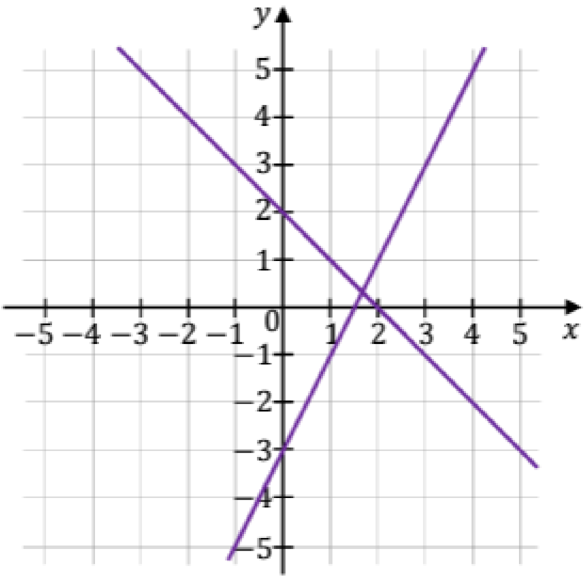
B. $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono interpretację geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

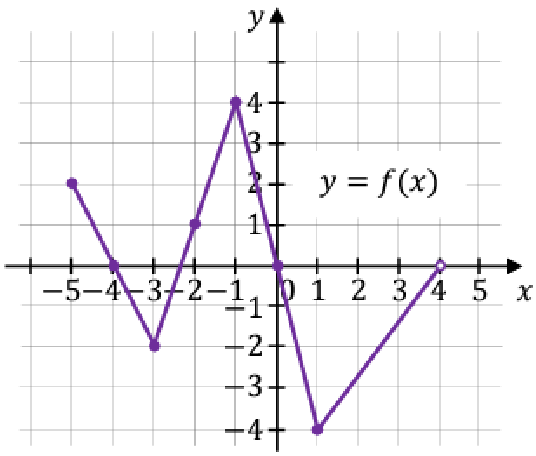
C. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

Funkcje

Zadanie 10.

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in [-5, 4)$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



Zadanie 10.1. (0–1)

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f.

....

Zadanie 10.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dla każdego argumentu z przedziału $(-4, -2)$ funkcja f przyjmuje wartości ujemne.	**P**	**F**
Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.	**P**	**F**

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -\log x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość funkcji f dla argumentu $x = \sqrt{10}$ jest równa

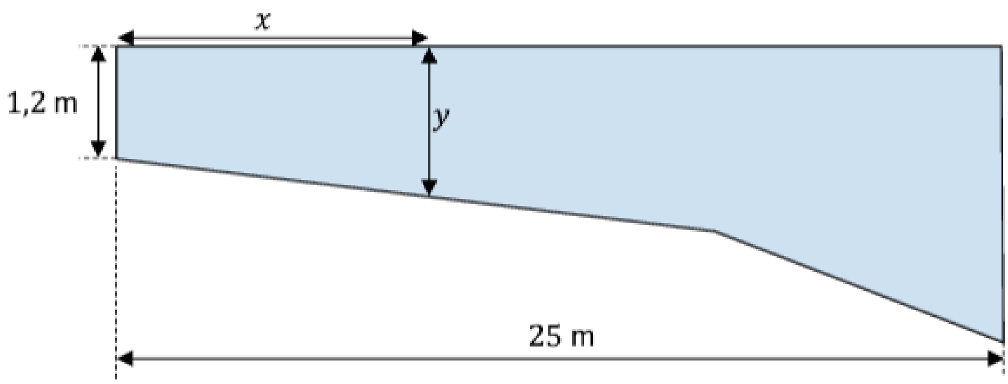
A. 2 **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** (-2)

Zadanie 12.

Basen ma długość 25 m. W najpłytszym miejscu jego głębokość jest równa $1{,}2$ m. Przekrój podłużny tego basenu przedstawiono poglądowo na rysunku.
Głębokość y basenu zmienia się wraz z odległością x od brzegu w sposób opisany funkcją:

$$y = \begin{cases} ax + b & \text{dla } 0 \le x \le 15\text{ m} \\ 0{,}18x - 0{,}9 & \text{dla } 15\text{ m} \le x \le 25\text{ m} \end{cases}$$

Odległość x jest mierzona od płytszego brzegu w poziomie na powierzchni wody (zobacz rysunek). Wielkości x i y są wyrażone w metrach.



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa głębokość basenu jest równa

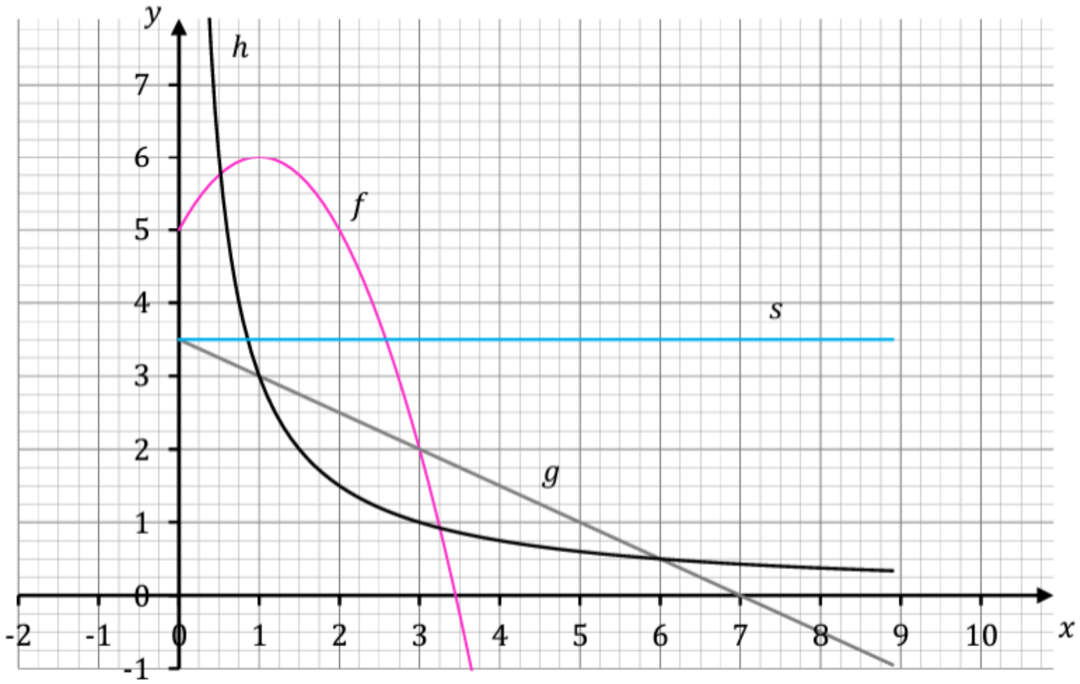
A. 5,4 m **B.** 3,6 m **C.** 2,2 m **D.** 1,8 m

Zadanie 12.2. (0–2)

Oblicz wartość współczynnika a oraz wartość współczynnika b.

Zapisz obliczenia.

W kartezjańskim układzie w współrzędnych (x, y) przedstawiono fragmenty wykresów czterech funkcji: f, g, h, s.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą wartość dla argumentu $x = 2$ przyjmuje funkcja

A. f **B.** g **C.** h **D.** s

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla argumentu $x = 3$ tę samą wartość przyjmują funkcje

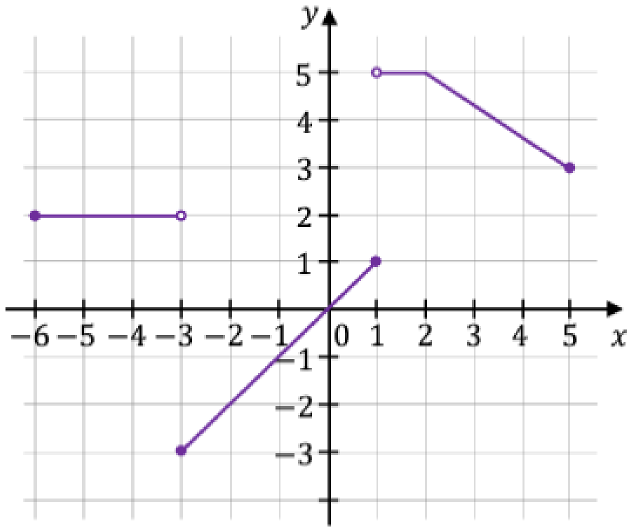
A. f i s **B.** s i h **C.** f i g **D.** g i s

Zapisz maksymalny przedział, w którym prawdziwa jest nierówność $g(x) > h(x)$.

....

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dziedziną funkcji f jest zbiór

A. $[-6, 5]$ **B.** $(-6, 5)$ **C.** $(-3, 5]$ **D.** $[-3, 5]$

Zadanie 12.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji f w przedziale $[-4, 1]$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 5

Zadanie 12.3. (0–1)

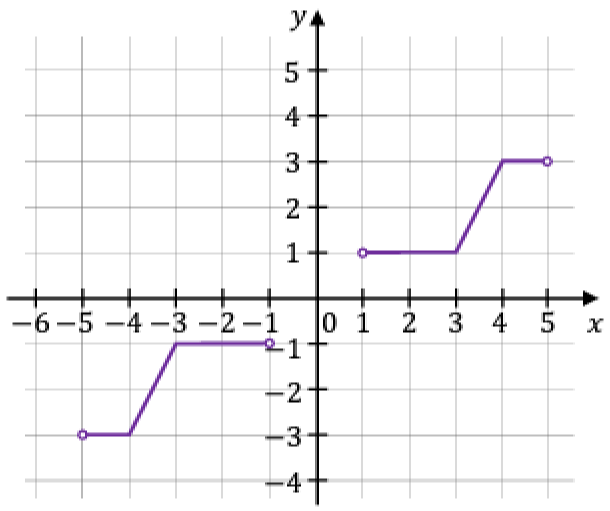
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca w zbiorze

A. $[-6, -3)$ **B.** $[-3, 1]$ **C.** $(1, 2]$ **D.** $[2, 5]$

Zadanie 13.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 13.1. (0–2)

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Dziedziną funkcji f jest zbiór	
Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór	

A. $[-3, -1] \cup [1, 3]$

B. $(-3, 3)$

C. $(-3, -1) \cup (1, 3)$

D. $[-5, -1] \cup [1, 5]$

E. $(-5, 5)$

F. $(-5, -1) \cup (1, 5)$

Zadanie 13.2. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) < -1$.

....

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1) = 2$.

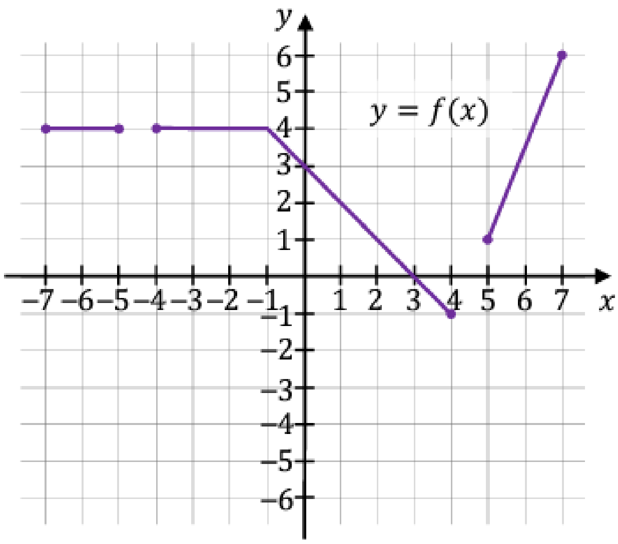
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość współczynnika k we wzorze tej funkcji jest równa

A. (-3) **B.** 3 **C.** (-4) **D.** 4

Zadanie 14.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A. $[-5, 4]$ **B.** $[5, 7]$ **C.** $[1, 5]$ **D.** $[-1, 5]$

Zadanie 14.2. (0–1)

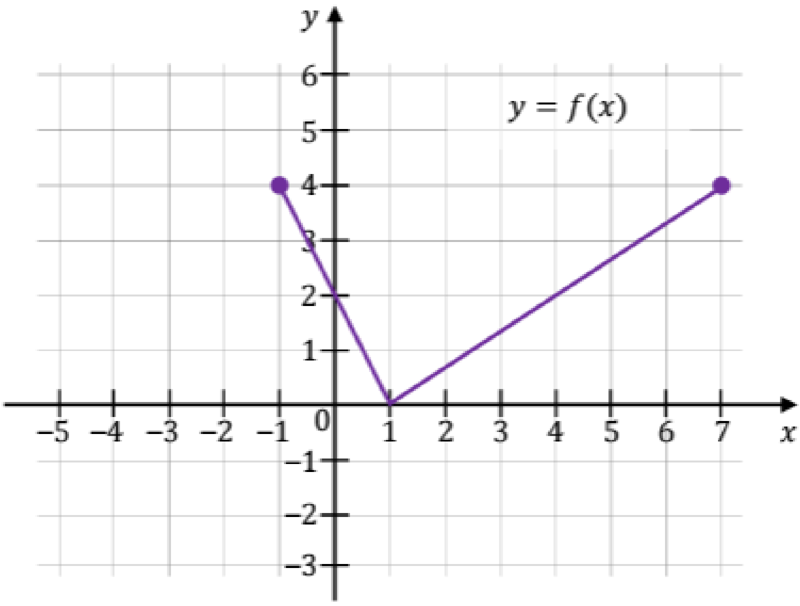
Zapisz poniżej w postaci sumy przedziałów zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 1.

....

Zadanie 11.

Na rysunku 1., w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji f. Każdy z punktów przecięcia wykresu funkcji f z prostą o równaniu $y = 2$ ma obie współrzędne całkowite.

Rysunek 1.



Zadanie 11.1. (0–1)

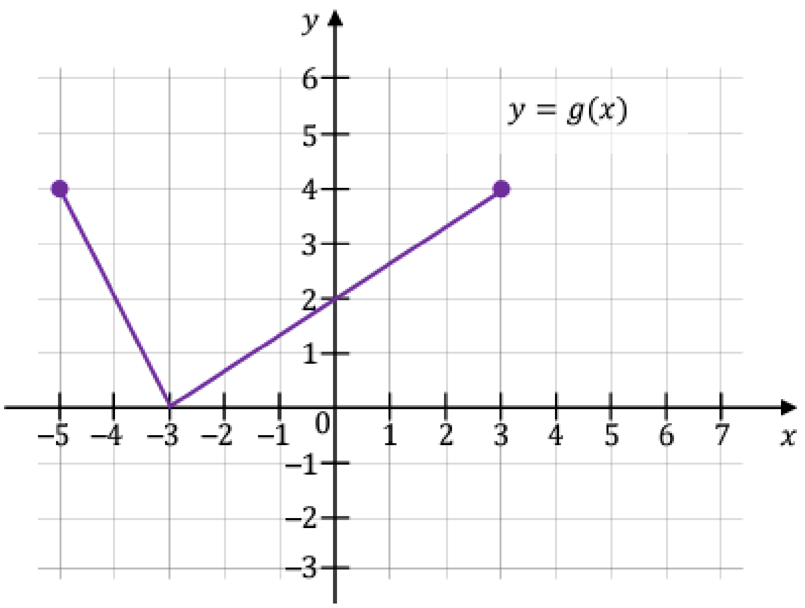
Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \leq 2$ jest przedział ……………………… .

Zadanie 11.2. (0–1)

Na rysunku 2., w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji g, powstałej w wyniku przesunięcia równoległego wykresu funkcji f wzdłuż osi Ox o 4 jednostki w lewo.

Rysunek 2.



Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1. albo 2.

Funkcje f i g są powiązane zależnością

A.	$g(x) = f(x + 4)$	oraz mają takie same	**1.**	dziedziny.
B.	$g(x) = f(x - 4)$			
C.	$g(x) = f(x) - 4$		**2.**	zbiory wartości.

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	0	3

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe.	**P**	**F**
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f jest symetryczny względem osi Oy.	**P**	**F**

Zadanie 9. (0–2)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-3	-4	4	1	5	0	2

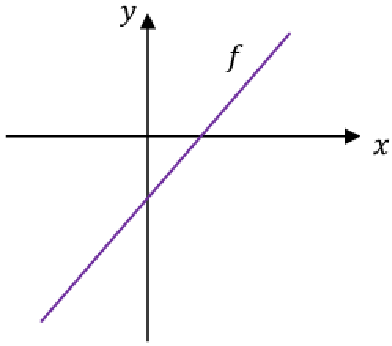
Uzupełnij poniższą tabelę. <u>Wpisz</u> w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

9.1.	Największa wartość funkcji f jest równa	
9.2.	Miejsce zerowe funkcji f jest równe	

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

Funkcja liniowa

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Wykres funkcji f przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki

A. $a > 0$ i $b > 0$.

B. $a > 0$ i $b < 0$.

C. $a < 0$ i $b > 0$.

D. $a < 0$ i $b < 0$.

Temperatura powietrza obniża się wraz ze wzrostem wysokości n.p.m. Na podstawie danych empirycznych stwierdzono, że temperatura maleje o $0{,}6$ °C, gdy wysokość wzrasta o 100 m, a gdy wysokość maleje o 100 m – temperatura rośnie o $0{,}6$ °C.
W Zakopanem, które znajduje się na wysokości 1000 metrów n.p.m., temperatura powietrza zmierzona w punkcie pomiarowym była równa 13 °C. W tym samym czasie dokonano pomiarów temperatury powietrza w Białce Tatrzańskiej i na Rysach.

Zadanie 26.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Na Rysach, na wysokości 2499 metrów n.p.m., zmierzona temperatura powietrza nie przekraczała 5 °C.	**P**	**F**
W Białce Tatrzańskiej $(650$ metrów n.p.m.$)$ zmierzona temperatura powietrza była równa $16{,}5$ °C.	**P**	**F**

Zadanie 26.2. (0–2)

Niech $f(x) = ax + b$ będzie funkcją opisującą zależność temperatury powietrza od wysokości x n.p.m. w dowolnym punkcie nad Zakopanem.

Oblicz wartość współczynnika a i wartość współczynnika b. Zapisz obliczenia.

Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 5)$, gdy

A. $a = 3$ i $b = 4$.

B. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$.

C. $a = 3$ i $b = -4$.

D. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$.

Zadanie 19. (0–2)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dana jest prosta k o równaniu $y = -3x + 1$.

Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

19.1. Jedną z prostych równoległych do prostej k jest prosta o równaniu

A. $y = 3x + 2$
B. $y = -3x + 2$
C. $y = \frac{1}{3}x + 1$
D. $y = -\frac{1}{3}x + 1$

19.2. Jedną z prostych prostopadłych do prostej k jest prosta o równaniu

E. $y = \frac{1}{3}x + 2$
F. $y = -\frac{1}{3}x + 2$
G. $y = 3x + 1$
H. $y = -3x + 1$

Zadanie 15. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dana jest prosta k o równaniu $y = 3x + b$, przechodząca przez punkt $A = (-1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b w równaniu tej prostej jest równy

A. 0 **B.** 6 **C.** (-10) **D.** 8

Zadanie 29. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = -x - 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k, gdy

A. $m = -1$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = \frac{1}{2}$ **D.** $m = 2$

Zadanie 11. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m + 3)x + 5$ oraz $g(x) = -x$ nie mają punktów wspólnych dla

A. $m = -2$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

Zadanie 12. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

A. (-4) **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** 2 **D.** $\frac{4}{7}$

Zadanie 11. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 1. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(-1, 4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzór funkcji f ma postać

A. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ **B.** $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

C. $f(x) = -2x + 2$ **D.** $f(x) = -3x + 1$

Zadanie 25. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są prosta k o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ oraz punkt $P = (12, -1)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkt P i równoległa do prostej k ma równanie

A. $y = -\frac{3}{4}x + 8$ **B.** $y = \frac{3}{4}x - 10$

C. $y = \frac{4}{3}x - 17$ **D.** $y = -\frac{4}{3}x + 15$

Zadanie 13. (0–1)

Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (3 - m)x + 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba m jest równa

A. 0 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (-2k + 3)x + k - 1$, gdzie $k \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

A. $(-\infty, 1)$ **B.** $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$ **C.** $(1, +\infty)$ **D.** $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

Zadanie 13. (0–1)

Funkcje liniowe f oraz g, określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$, mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

A. $\left(-\frac{7}{2}\right)$ **B.** $\left(-\frac{2}{7}\right)$ **C.** $\frac{2}{7}$ **D.** $\frac{7}{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji $y = f(x)$ jest prostą nachyloną do osi Ox pod kątem ostrym α.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Sinus kąta α jest równy ....

Zadanie 11.

Pusta bańka na mleko o pojemności 10 litrów ma masę $6{,}5$ kg.
Jeden litr mleka ma masę $1{,}03$ kg.
Niech x oznacza liczbę litrów mleka w tej bańce, a $f(x)$ oznacza wyrażoną w kilogramach masę bańki wraz z mlekiem, gdzie $x \in [0, 10]$.

Zadanie 11.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f jest malejąca.	**P**	**F**
Funkcja f nie ma miejsc zerowych.	**P**	**F**

Zadanie 11.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji f jest równa

A. $16{,}8$ **B.** $15{,}8$ **C.** $11{,}3$ **D.** $10{,}3$

Zadanie 11.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest określona wzorem

A. $f(x) = 6{,}5x + 1{,}03$

B. $f(x) = 1{,}03x + 10$

C. $f(x) = 10x + 1{,}03$

D. $f(x) = 1{,}03x + 6{,}5$

Funkcja kwadratowa

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem

$$y = f(x) = x^2 + 5x + 6 \quad \text{gdzie} \quad x \in \mathbb{R}$$

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

1. Postać kanoniczna funkcji f wyraża się wzorem

A. $y = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$
B. $y = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$
C. $y = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{5}{2}$
D. $y = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{5}{2}$

2. Postać iloczynowa funkcji f wyraża się wzorem

E. $y = (x - 2)(x - 3)$
F. $y = (x - 2)(x + 3)$
G. $y = (x + 2)(x - 3)$
H. $y = (x + 2)(x + 3)$

Dana jest funkcja kwadratowa f. Do wykresu tej funkcji należy punkt o współrzędnych $(0, 8)$, a osią symetrii jej wykresu jest prosta o równaniu $x = 4$. Jednym z miejsc zerowych funkcji f jest $x_1 = 2$.

Wyznacz i zapisz wzór funkcji $y = f(x)$ w postaci iloczynowej.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -2x^2 + bx + c$ i przyjmuje wartości dodatnie tylko dla $x \in (-4, 2)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Osią symetrii paraboli będącej wykresem tej funkcji jest prosta $x = 1$.	**P**	**F**
Postać iloczynowa funkcji f wyraża się wzorem $f(x) = -2(x + 4)(x - 2)$.	**P**	**F**

Zadanie 13.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x-1)^2 + 2$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykresem funkcji f jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne

A. $(1, 2)$ **B.** $(-1, 2)$ **C.** $(1, -2)$ **D.** $(-1, -2)$

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, 2]$ **B.** $(-\infty, 2)$ **C.** $(2, +\infty)$ **D.** $[2, +\infty)$

Zadanie 14. (0–1)

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba (-5). Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji f, jest równa 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. 11 **B.** 1 **C.** (-1) **D.** (-13)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c < 0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

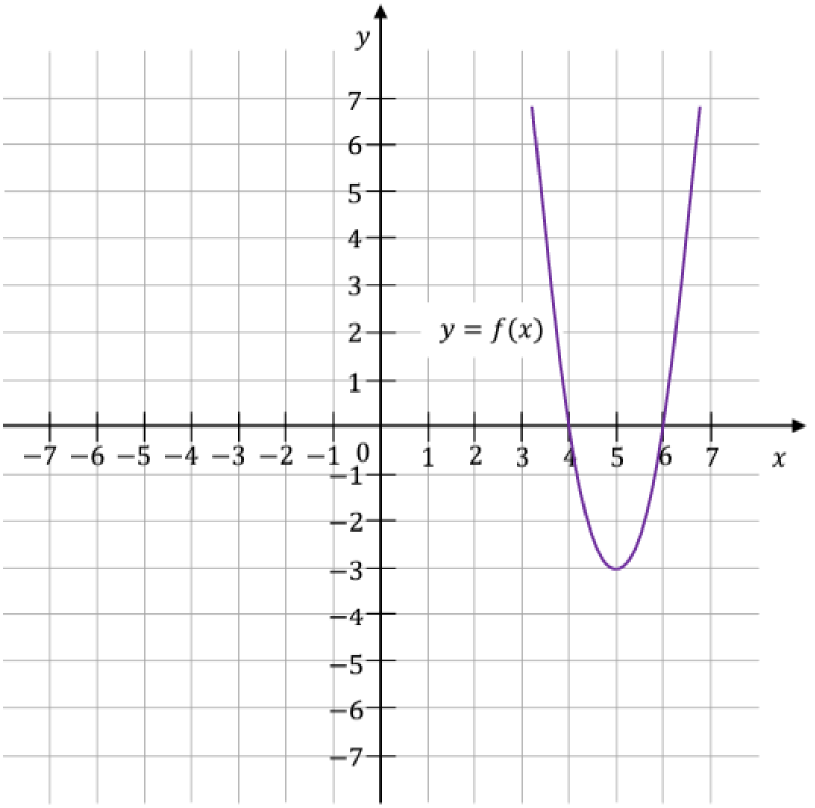
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

A.	nad osią Ox,	ponieważ	**1.**	$a < 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
			2.	$a > 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
B.	pod osią Ox,		**3.**	$a < 0$ i $b^2 - 4ac = 0$.

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



Zadanie 7.1. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f.

....

Zadanie 7.2. (0–2)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia.

Dana jest nierówność kwadratowa

$$(3x - 9)(x + k) < 0$$

z niewiadomą x i parametrem $k \in \mathbb{R}$. Rozwiązaniem tej nierówności jest przedział $(-2, 3)$.

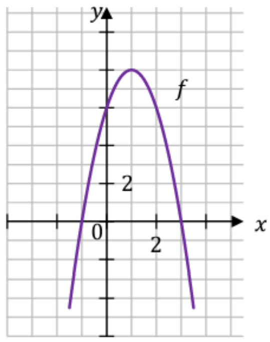
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. (-2) **B.** 2 **C.** (-3) **D.** 3

Zadanie 10.

Dana jest funkcja kwadratowa f, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



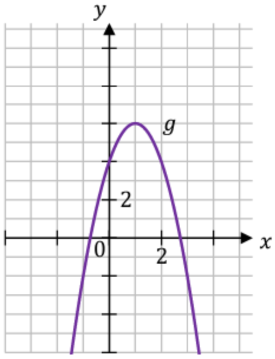
Zadanie 10.1. (0–1)

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x - 2)$.

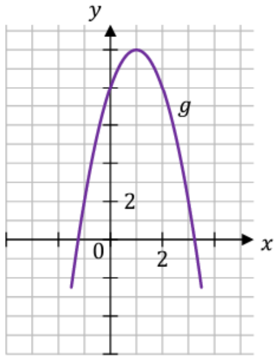
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku

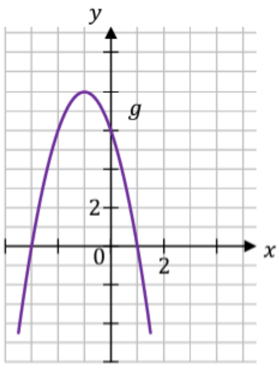
A.



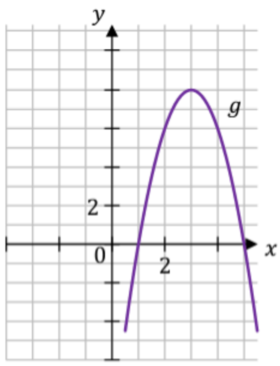
B.



C.



D.



Zadanie 10.2. (0–1)

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności:

$$\boldsymbol{f(x) \leq 0}$$

....

Zadanie 10.3. (0–3)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.
Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$x(2x-1) < 2x$$

Zapisz obliczenia.

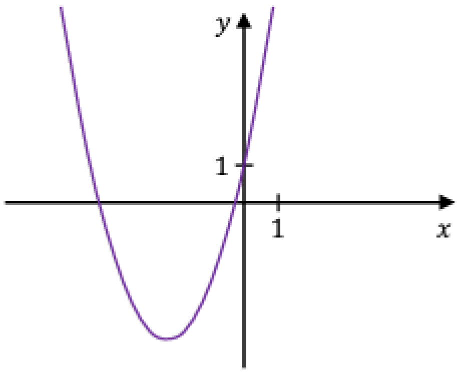
Zadanie 14. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + 1$, gdzie a oraz b są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że $a < 0$ i $b > 0$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y).

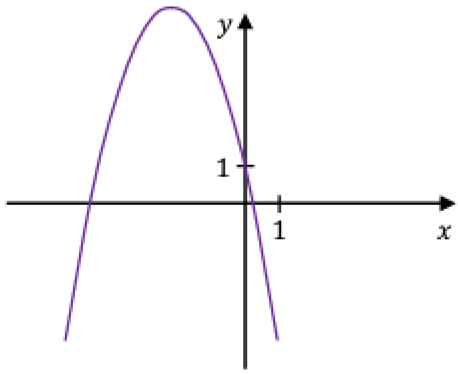
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Fragment wykresu funkcji f przedstawiono na rysunku

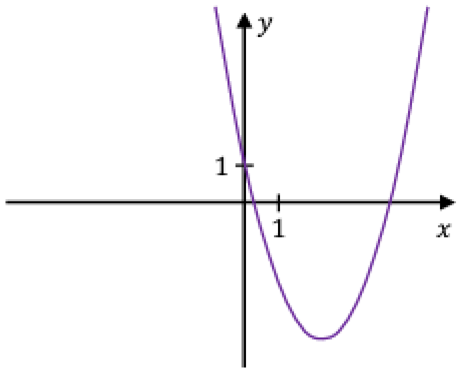
A.



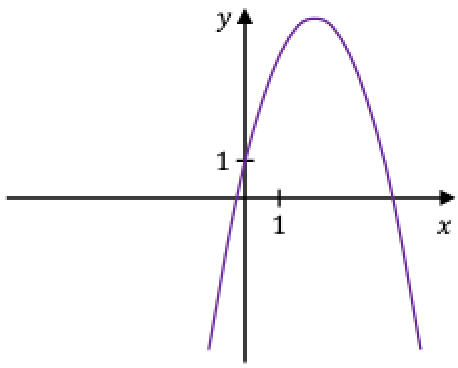
B.



C.



D.



Zadanie 13. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x - 13)^2 - 256$. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-3).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. (-29) **B.** (-23) **C.** 23 **D.** 29

Zadanie 15. (0–2)

Funkcje A, B, C, D, E oraz F są określone dla każdej liczby rzeczywistej x. Wzory tych funkcji podano poniżej.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Przedział $(-\infty, 2]$ jest zbiorem wartości funkcji .... oraz ....

A. $A(x) = -(x-3)^2 + 2$

B. $B(x) = x^2 + 2$

C. $C(x) = -5(x-2)^2$

D. $D(x) = (x-2)^2$

E. $E(x) = 2x^2 - 8x + 10$

F. $F(x) = -2x^2 + 4x$

Zadanie 14. (0–2)

Parabola, która jest wykresem funkcji kwadratowej f, ma z osiami kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) dokładnie dwa punkty wspólne: $M = (0, 18)$ oraz $N = (3, 0)$.

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f. Zapisz obliczenia.

Zadanie 15.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x+1)^2 + 4$.

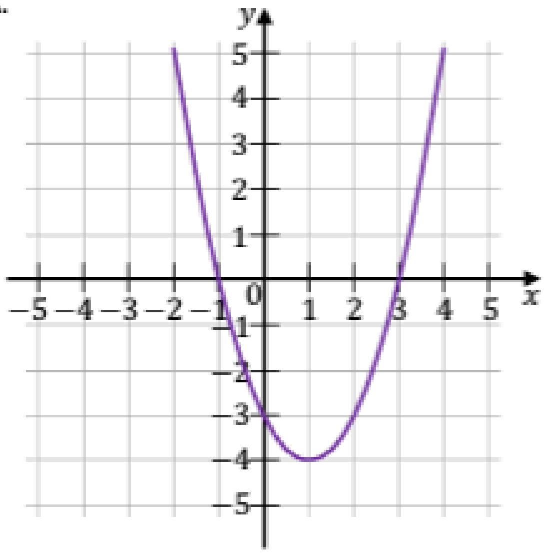
Zadanie 15.1. (0–1)

Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.

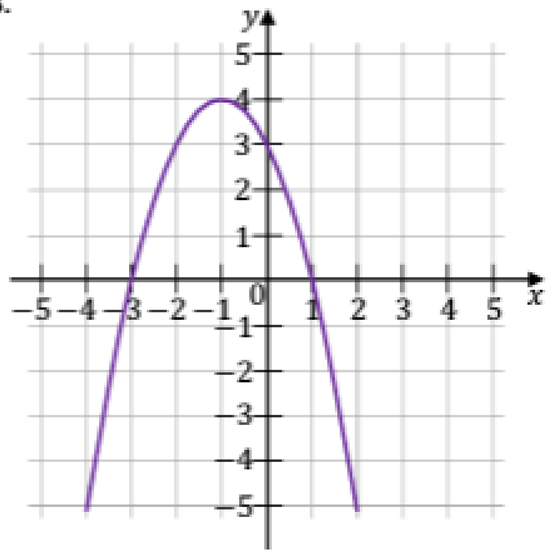
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Fragment wykresu funkcji $y = f(x)$ przedstawiono na rysunku

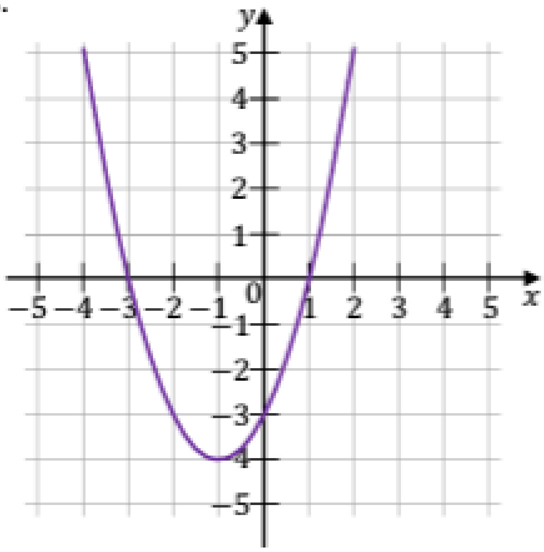
A.



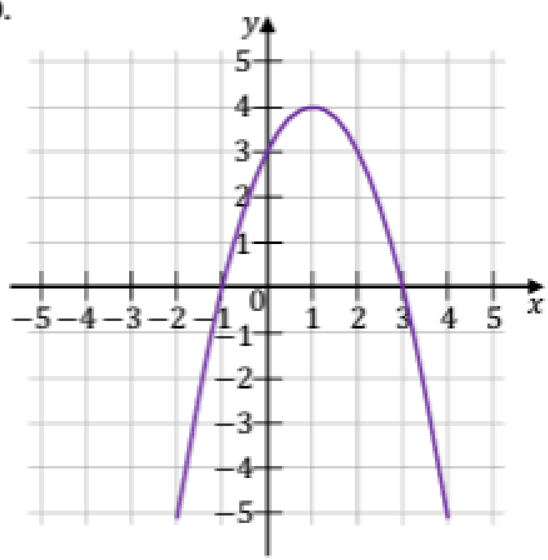
B.



C.



D.



Zadanie 15.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wykres funkcji f przecina oś Oy kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) w punkcie o współrzędnych $(0, 4)$.	P	F
Miejsca zerowe funkcji f są równe: (-3) oraz 1.	P	F

Zadanie 32. (0–2)

Właściciel sklepu z zabawkami przeprowadził lokalne badanie rynkowe dotyczące wpływu zmiany ceny zestawu klocków na liczbę kupujących ten produkt. Z badania wynika, że dzienny przychód P ze sprzedaży zestawów klocków, w zależności od kwoty obniżki ceny zestawu o x zł, wyraża się wzorem

$$P(x) = (70 - x)(20 + x)$$

gdzie x jest liczbą całkowitą spełniającą warunki $x \geq 0$ i $x \leq 60$.

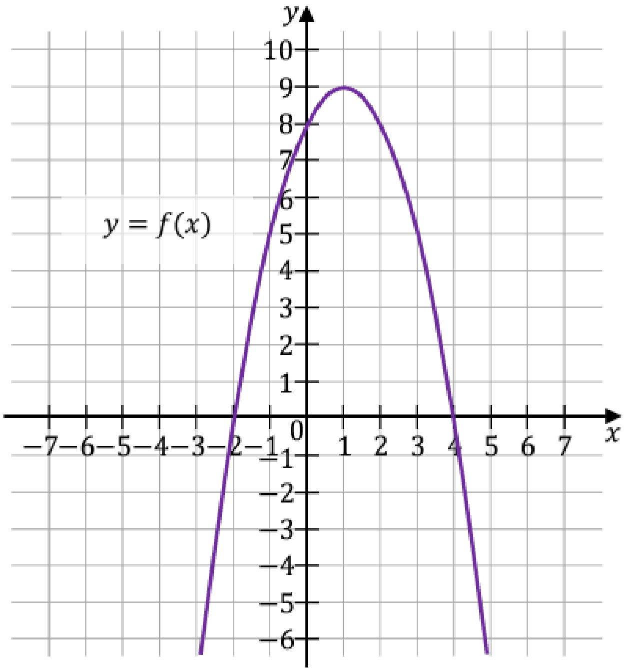
Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

32.1.	Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie największy, gdy liczba x jest równa	
32.2.	Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie równy 800 zł, gdy liczba x jest równa	

A. 25 **B.** 30 **C.** 45 **D.** 50 **E.** 60

Zadanie 14.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



Zadanie 14.1. (0–1)

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \geq 0$ jest przedział ……………………… .

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem

A. $f(x) = -(x+1)^2 - 9$

B. $f(x) = -(x-1)^2 + 9$

C. $f(x) = -(x-1)^2 - 9$

D. $f(x) = -(x+1)^2 + 9$

Zadanie 14.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla funkcji f prawdziwa jest równość

A. $f(-4) = f(6)$

B. $f(-4) = f(5)$

C. $f(-4) = f(4)$

D. $f(-4) = f(7)$

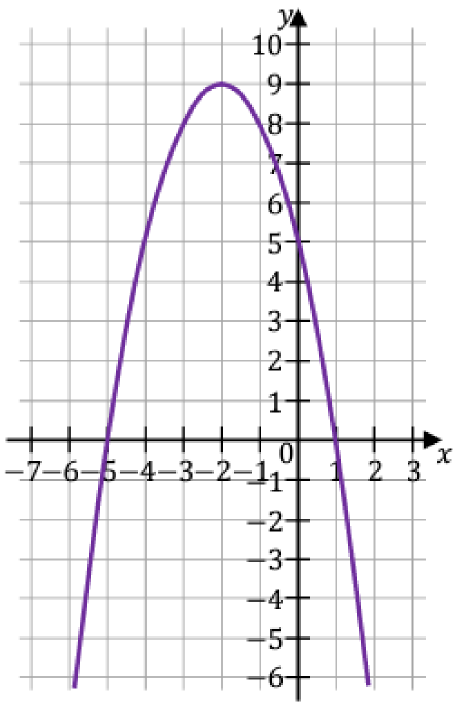
Zadanie 14.4. (0–2)

Funkcje kwadratowe g oraz h są określone za pomocą funkcji f (zobacz rysunek na stronie 13) następująco: $g(x) = f(x+3)$, $h(x) = f(-x)$.
Na rysunkach A–F przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), fragmenty wykresów różnych funkcji – w tym fragment wykresu funkcji g oraz fragment wykresu funkcji h.

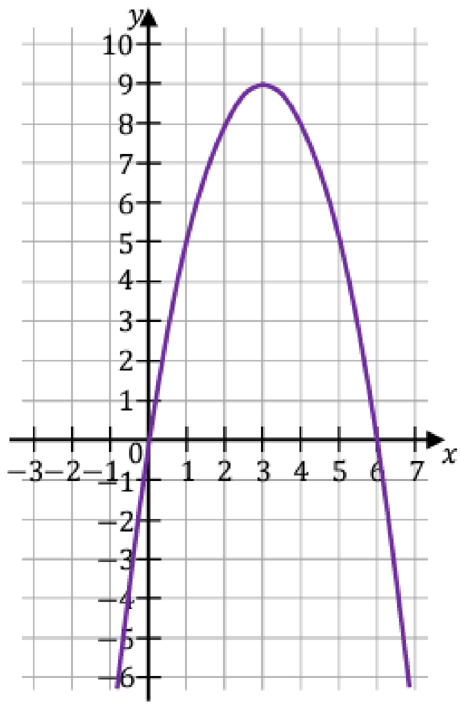
Uzupełnij tabelę. Każdej z funkcji g oraz h przyporządkuj fragment jej wykresu. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku	
Fragment wykresu funkcji $y = h(x)$ przedstawiono na rysunku	

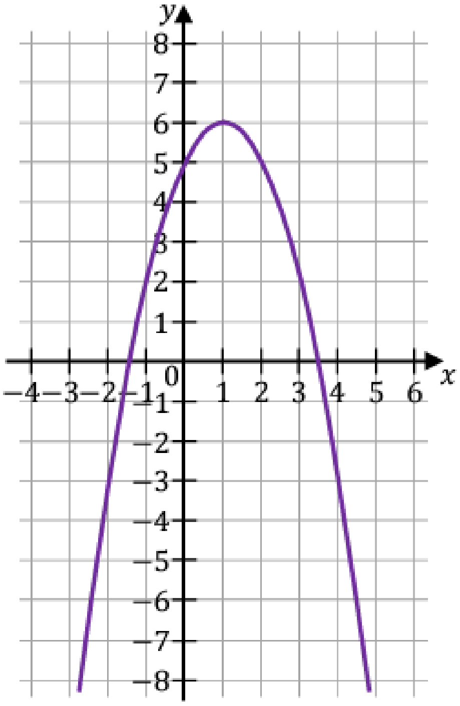
A.



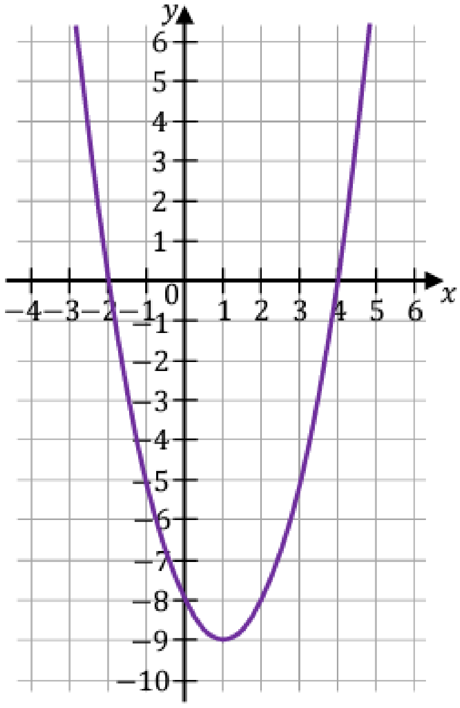
B.



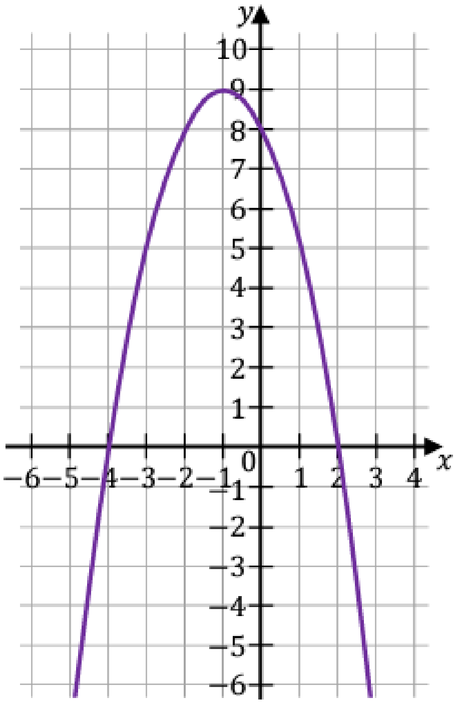
C.



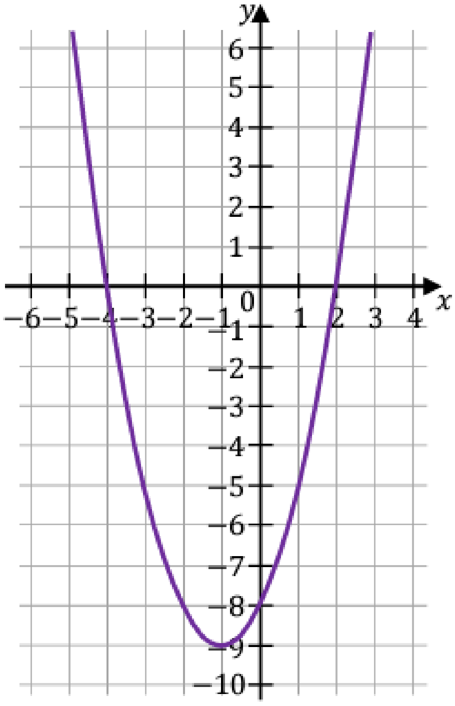
D.



E.



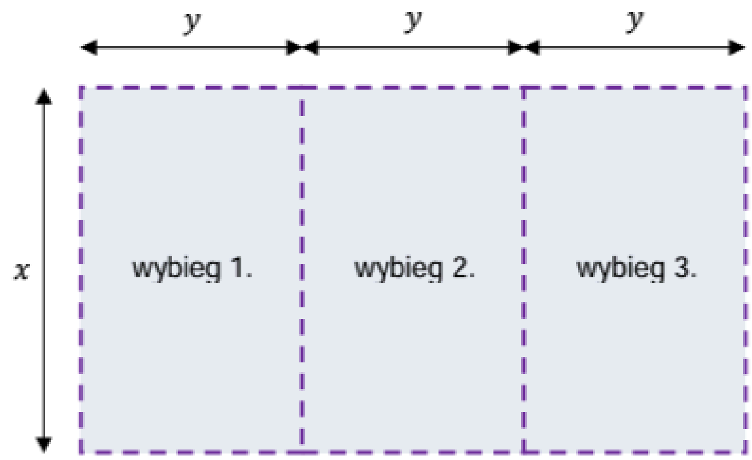
F.



Zadanie 31. (0–4)

W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o wspólnych ścianach wewnętrznych.
Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku).
Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).
Linią przerywaną zaznaczono siatkę.



Oblicz wymiary x oraz y jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pomiń szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.

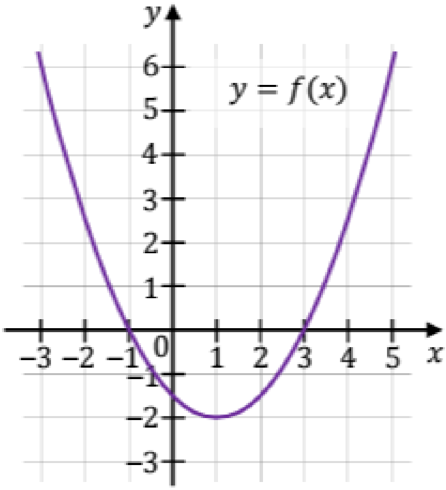
Zadanie 30. (0–3)

Suma dwóch nieujemnych liczb rzeczywistych x oraz y jest równa 12.

Wyznacz x oraz y, dla których wartość wyrażenia $2x^2 + y^2$ jest najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą wartość. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, -2]$ **B.** $[1, +\infty)$ **C.** $[-1, 3]$ **D.** $[-2, +\infty)$

Zadanie 12.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 1$ **B.** $y = 1$ **C.** $x = -2$ **D.** $y = -2$

Zadanie 12.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest określona wzorem

A. $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

B. $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$

C. $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$

D. $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$

Wielomiany i wyrażenia wymierne

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 2 wyrażenie $\frac{x^2+x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x}$ jest równe

A. $\frac{x^2+1}{x-2}$ **B.** $\frac{x+1}{2}$ **C.** $\frac{x^2}{(x-2)^2}$ **D.** $\frac{x+1}{x-2}$

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od: (-1), 0 i 1, wartość wyrażenia $\frac{2x^2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $2x+2$ **B.** $\frac{2x}{x-1}$ **C.** $\frac{2x}{x^2-1}$ **D.** $\frac{2x^3+1}{x^3-1}$

Zadanie 9. (0–1)

Wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ jest iloczynem wielomianów $F(x) = (2-3x)^2$ oraz $G(x) = 3x - 2$.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Suma $a+b+c+d$ współczynników wielomianu W jest równa ....

Zadanie 8. (0–1)

Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wielomian W jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$.	**P**	**F**
Liczba (-1) jest rozwiązaniem równania $W(x) = 0$.	**P**	**F**

Ciągi

Zadanie 14. (0–1)

Klient wpłacił do banku $20\,000$ zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 3% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po 2 latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. $20\,000 \cdot (1{,}12)^2$ **B.** $20\,000 \cdot 2 \cdot 1{,}03$ **C.** $20\,000 \cdot 1{,}06$ **D.** $20\,000 \cdot (1{,}03)^2$

Brudnopis

Zadanie 4. (0–1)

Klient wpłacił do banku na trzyletnią lokatę kwotę w wysokości K_0 zł. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 6% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po trzech latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. $K_0 \cdot (1{,}06)^3$

B. $K_0 \cdot (1{,}02)^3$

C. $K_0 \cdot (1{,}03)^6$

D. $K_0 \cdot 1{,}18$

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -3n + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczby $2, (-1), (-4)$ są trzema kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu (a_n).	**P**	**F**
(a_n) jest ciągiem arytmetycznym o różnicy równej 5.	**P**	**F**

Zadanie 14.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest

A. $\frac{7^{49}}{3}$ **B.** $\frac{7^{50}}{3}$ **C.** $\frac{7^{51}}{3}$ **D.** $\frac{7^{52}}{3}$

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest geometryczny.	**P**	**F**
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 20.	**P**	**F**

Zadanie 16. (0–1)

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3,\ \frac{1}{2},\ x,\ y,\ 11\right)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

Dokończ zdanie. Zaznacz <u>dwie</u> odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

B. $a_n = -5 \cdot (-3)^n$

C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n+1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_4 jest równy

A. 64 **B.** 40 **C.** 48 **D.** 80

Zadanie 16. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(27,\ 9,\ a-1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 3 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 2

Zadanie 17. (0–2)

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł.

Oblicz kwotę pierwszej raty. Zapisz obliczenia.

Zadanie 16.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 16.1. (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Ciąg (a_n) jest

A.	rosnący,	ponieważ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$	**1.**	$a_{n+1} - a_n = -1$
B.	malejący,		**2.**	$a_{n+1} - a_n = 0$
C.	stały,		**3.**	$a_{n+1} - a_n = 3$

Zadanie 16.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą wartością n, dla której wyraz a_n jest większy od 25, jest

A. 8 **B.** 9 **C.** 7 **D.** 26

Zadanie 16.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 57 dla n równego

A. 6 **B.** 23 **C.** 5 **D.** 11

Zadanie 4. (0–1)

Klient wpłacił do banku $30\,000$ zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. 2100 zł **B.** 2247 zł **C.** 4200 zł **D.** 4347 zł

Zadanie 16. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

A. 28 **B.** 31 **C.** 32 **D.** 27

Zadanie 17. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a+5)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 0 **B.** 7 **C.** 2 **D.** 11

Zadanie 18. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 3{,}75$ oraz $a_2 = -7{,}5$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

A. $11{,}25$ **B.** $(-18{,}75)$ **C.** 15 **D.** (-15)

Zadanie 16. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** (-2) **C.** 3 **D.** (-1)

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 128, natomiast iloraz ciągu jest równy $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wyraz a_{2023} jest liczbą ujemną.	**P**	**F**
Różnica $a_3 - a_2$ jest równa 96.	**P**	**F**

Zadanie 18. (0–2)

Ciąg $(3x^2 + 5x, x^2, 20 - x^2)$ jest arytmetyczny.

Oblicz x. Zapisz obliczenia.

Zadanie 16.

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1} + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 16.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A. 3 **B.** 7 **C.** 50 **D.** 100

Zadanie 16.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest malejący.	**P**	**F**
Ciąg (a_n) jest geometryczny.	**P**	**F**

Zadanie 17. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy: $a_1 = 7$ oraz $a_2 = 13$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_{10} jest równy

A. (-47) **B.** 52 **C.** 61 **D.** 67

Zadanie 18. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(-1,\ 2,\ x)$ jest arytmetyczny.
Trzywyrazowy ciąg $(-1,\ 2,\ y)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y spełniają warunki

A. $x > 0$ i $y > 0$ **B.** $x > 0$ i $y < 0$

C. $x < 0$ i $y > 0$ **D.** $x < 0$ i $y < 0$

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n-5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest dwa razy większy od trzeciego wyrazu tego ciągu.	**P**	**F**
Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie.	**P**	**F**

Zadanie 17. (0–2)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1), a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165).

Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 16. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(12,\ 6,\ 2m-1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	rosnący	oraz	**1.**	$m=\frac{1}{2}$
			2.	$m=2$
B.	malejący		**3.**	$m=3$

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
Suma n początkowych wyrazów tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 2n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 5 **B.** 7 **C.** 13 **D.** 15

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = 2$ oraz $a_5 = 54$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz ciągu (a_n) jest równy

A. 3 **B.** 9 **C.** $\frac{52}{3}$ **D.** 27

Zadanie 15. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(2m-5,\ 4,\ 9)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	rosnący	oraz	**1.**	$m=-1$
			2.	$m=2$
B.	malejący		**3.**	$m=3$

Trygonometria

Zadanie 22. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $4\,\mathrm{tg}\,\alpha = 3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 4

Zadanie 18. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 - \cos 20°) \cdot (1 + \cos 20°) - \sin^2 20°$ jest równa

A. (-1) **B.** 0 **C.** 1 **D.** 20

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{64}{9}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{8}{3}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{64}{9}$ **D.** $\frac{9}{64}$

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$ jest równe

A. $\sin^2\alpha$ **B.** $\sin^6\alpha \cdot \cos^2\alpha$

C. $\sin^4\alpha + 1$ **D.** $\sin^2\alpha \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot (\sin\alpha - \cos\alpha)$

Zadanie 19. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$.

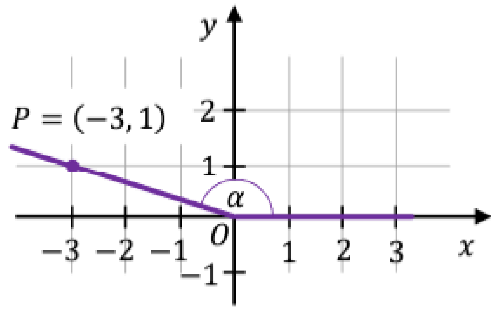
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta α jest równy

A. $\frac{24}{49}$ **B.** $\frac{5}{7}$ **C.** $\frac{25}{49}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$

Zadanie 18. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ **B.** $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{1}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos\alpha - \cos\alpha \cdot \sin^2\alpha$ jest równe

A. $\cos^3\alpha$ **B.** $\sin^2\alpha$ **C.** $1 - \sin^2\alpha$ **D.** $\cos\alpha$

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $1 + \cos^2 27°$ jest równa

A. $2 - \sin^2 27°$

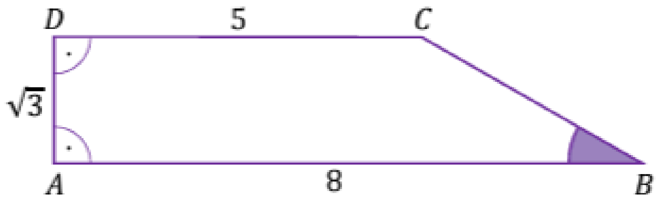
B. $\sin^2 27°$

C. $2 + \sin^2 27°$

D. 2

Zadanie 20. (0–1)

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 8$ oraz $|CD| = 5$. Wysokość AD tego trapezu ma długość $\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



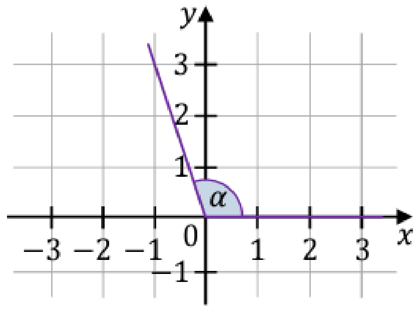
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABC jest równa

A. $15°$ **B.** $30°$ **C.** $45°$ **D.** $60°$

Zadanie 18. (0–2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = -3$ oraz $90° < \alpha < 180°$ (zobacz rysunek).



Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Prawdziwe są zależności: .... oraz ....

A. $\sin \alpha < 0$

B. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$

C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$

D. $\cos \alpha > 0$

E. $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \cos \alpha$

F. $\sin \alpha = -3 \cos \alpha$

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sin^3 20° + \cos^2 20° \cdot \sin 20°$ jest równa

A. $\cos 20°$

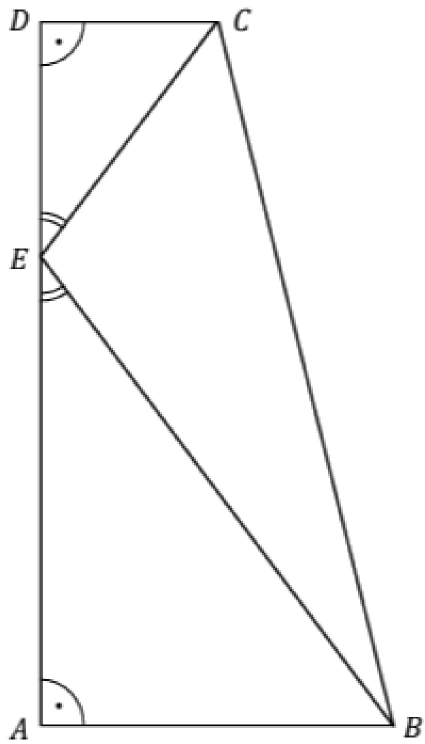
B. $\sin 20°$

C. $\operatorname{tg} 20°$

D. $\sin 20° \cdot \cos 20°$

Zadanie 20. (0–2)

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 12$ oraz $|CD| = 6$. Wysokość AD tego trapezu ma długość 24. Na odcinku AD leży punkt E taki, że $|\measuredangle BEA| = |\measuredangle CED|$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka BE. Zapisz obliczenia.

Zadanie 16. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\cos\alpha = \frac{24}{25}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{7}{18}$ **B.** $\frac{7}{24}$ **C.** $\frac{7}{25}$ **D.** $\frac{18}{25}$

Zadanie 17. (0–1)

W trójkącie prostokątnym ABC sinus kąta CAB jest równy $\frac{3}{5}$, a przeciwprostokątna AB jest o 8 dłuższa od przyprostokątnej BC.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przeciwprostokątnej AB tego trójkąta jest równa

A. 18 **B.** 20 **C.** 24 **D.** 25

Planimetria

Zadanie 16. (0–1)

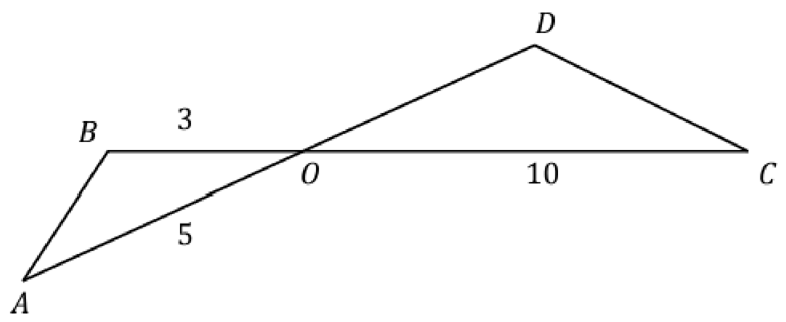
Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 6$, $|BC| = 5$, $|AC| = 10$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Cosinus kąta ABC jest równy $(-0{,}65)$.	**P**	**F**
Trójkąt ABC jest rozwartokątny.	**P**	**F**

Zadanie 18. (0–1)

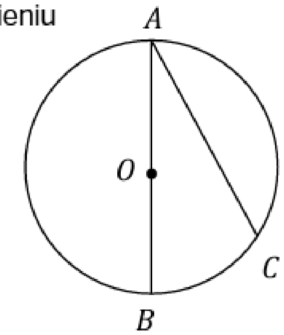
Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O. W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość boku OD trójkąta ODC.
Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku w punkcie O i promieniu $r = 8$ (zobacz rysunek). Cięciwa AC ma długość $8\sqrt{3}$.



Dokończ zdanie.
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta BAC jest równa

A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $15°$ **D.** $60°$

Zadanie 23. (0–1)

Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – P oraz $2P$. Obwód trójkąta ABC jest równy x.

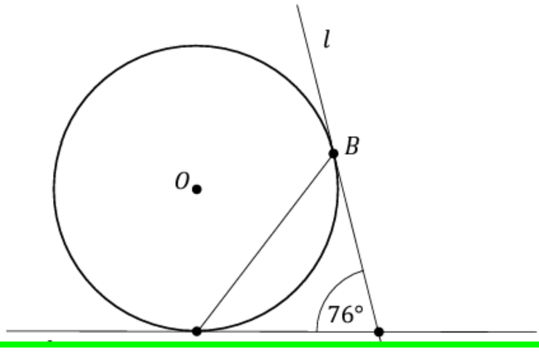
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Obwód trójkąta KLM jest równy

A.	$\sqrt{2} \cdot x$,	ponieważ stosunek obwodów trójkątów podobnych jest równy	**1.**	kwadratowi stosunku pól tych trójkątów.
			2.	pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku pól tych trójkątów.
B.	$2x$,		**3.**	stosunkowi pól tych trójkątów.

Zadanie 24. (0–1)

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku O. Proste k i l są styczne do tego okręgu w punktach – odpowiednio – A i B. Te proste przecinają się w punkcie S i tworzą kąt o mierze $76°$ (zobacz rysunek).



Oblicz miarę kąta OBA.

Zadanie 21. (0–2)

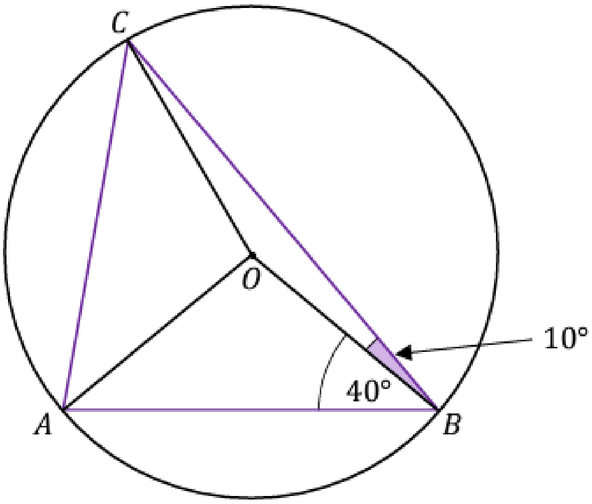
Dany jest trójkąt ABC o bokach długości $6, 7$ oraz 8.

Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 20. (0–1)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt ABO ma miarę $40°$, a kąt OBC ma miarę $10°$ (zobacz rysunek).



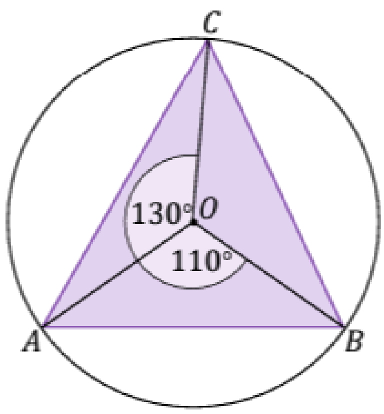
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ACO jest równa

A. $30°$ **B.** $40°$ **C.** $50°$ **D.** $60°$

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).
Ponadto $|\measuredangle AOC| = 130°$ oraz $|\measuredangle BOA| = 110°$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

A. $60°$

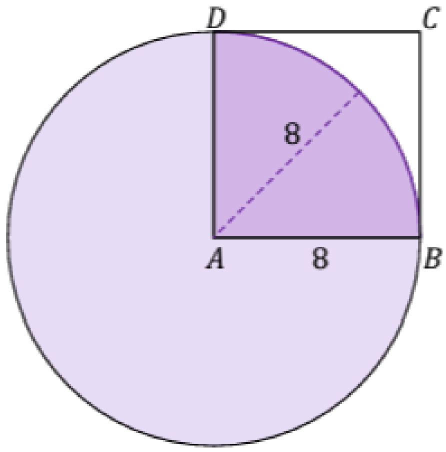
B. $55°$

C. $50°$

D. $65°$

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8.
Z wierzchołka A zakreślono koło o promieniu równym długości boku kwadratu (zobacz rysunek).



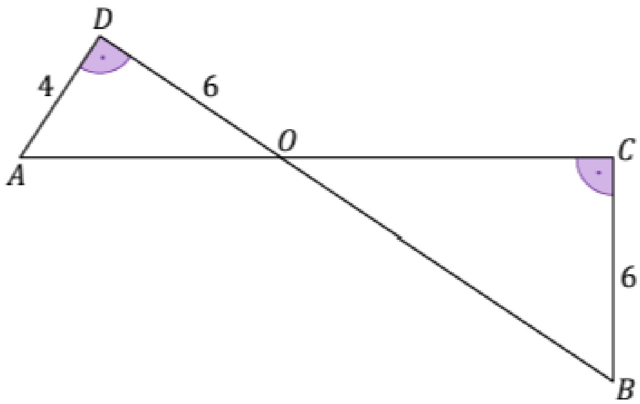
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni <u>części wspólnej</u> koła i kwadratu jest równe

A. 16π **B.** 8π **C.** $4\sqrt{2}\pi$ **D.** $16\sqrt{2}\pi$

Zadanie 22. (0–1)

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O. Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$.
Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka OC jest równa

A. 9 **B.** 8 **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** $3\sqrt{13}$

Zadanie 24. (0–2)

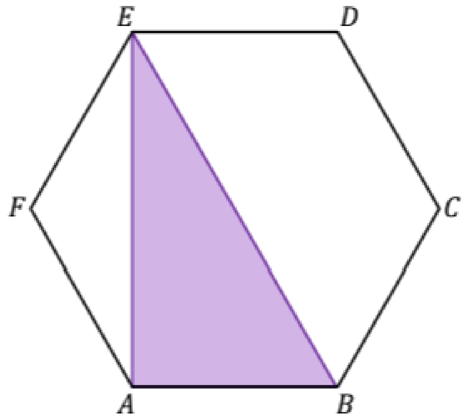
Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos\sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$.

Oblicz pole trójkąta ABC.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 25.

Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABE jest równe

A. 6 **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 4

Zadanie 25.2. (0–1)

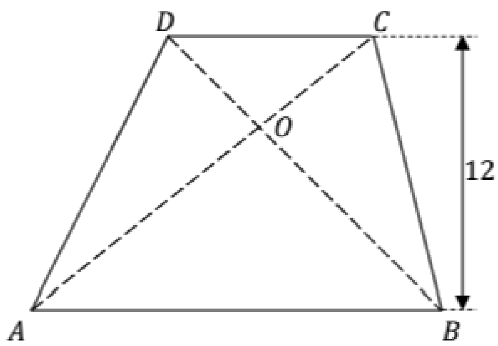
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AE jest równa

A. 2 **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** 4

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB||CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość trójkąta ABO poprowadzona z punktu O jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 6

Zadanie 20. (0–1)

W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę $150°$.

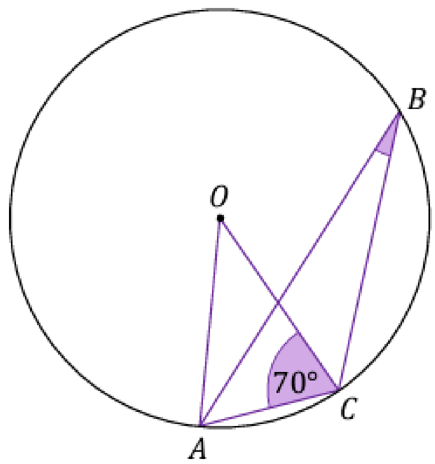
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

A. 24 **B.** 72 **C.** 36 **D.** $36\sqrt{2}$

Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O.
Kąt ACO ma miarę $70°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie.
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABC jest równa

A. $10°$ **B.** $20°$ **C.** $35°$ **D.** $40°$

Zadanie 22. (0–2)

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość 26.

Oblicz pole trójkąta T_2. Zapisz obliczenia.

Zadanie 24. (0–1)

Pole trójkąta równobocznego T_1 jest równe $\frac{(1{,}5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$. Pole trójkąta równobocznego T_2 jest równe $\frac{(4{,}5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

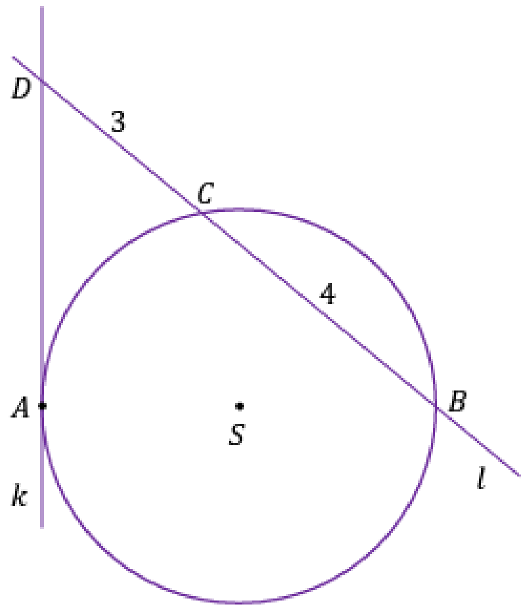
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T_1 w skali

<table>
<tr><td rowspan="2">A.</td><td rowspan="2">3,</td><td rowspan="5">ponieważ</td><td>1.</td><td>każdy z tych trójkątów ma dokładnie trzy osie symetrii.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">pole trójkąta T_2 jest 9 razy większe od pola trójkąta T_1 .</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B.</td><td rowspan="3">9,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">bok trójkąta T_2 jest o 3 dłuższy od boku trójkąta T_1 .</td></tr>
<tr></tr>
</table>

Zadanie 21. (0–1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A. Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C. Proste k i l przecinają się w punkcie D, przy czym $|BC| = 4$ i $|CD| = 3$ (zobacz rysunek).



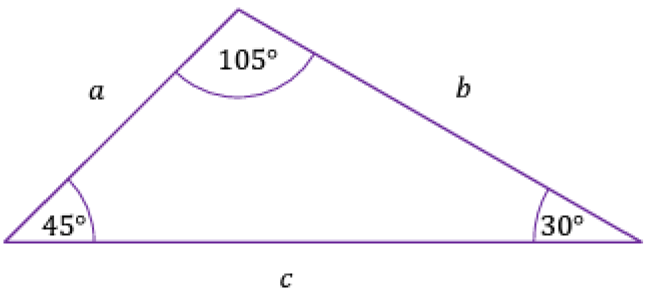
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu A od prostej l jest równa

A. $\frac{7}{2}$ **B.** 5 **C.** $\sqrt{12}$ **D.** $\sqrt{3} + 2$

Zadanie 20. (0–2)

Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary $30°$, $45°$ oraz $105°$. Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – a, b oraz c (zobacz rysunek).



Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Pole tego trójkąta poprawnie określają wyrażenia oznaczone literami:

.... oraz ....

A. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot c$

B. $\frac{1}{4} \cdot a \cdot c$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot c$

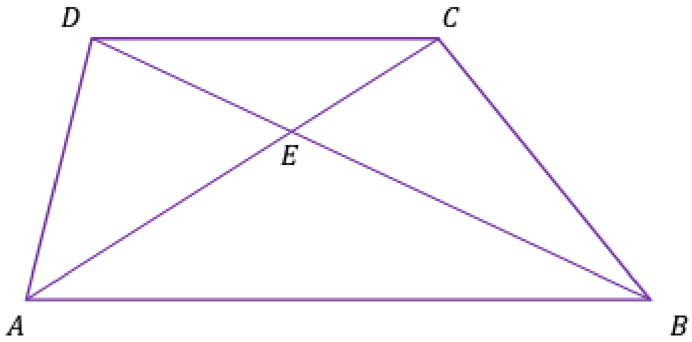
D. $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b \cdot c$

E. $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c$

F. $\frac{1}{4} \cdot b \cdot c$

Zadanie 22. (0–1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).

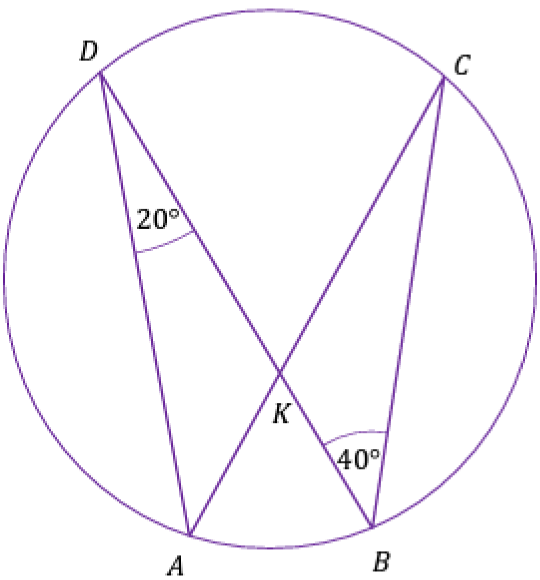


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABE jest podobny do trójkąta CDE.	**P**	**F**
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD.	**P**	**F**

Zadanie 23. (0–1)

Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC, takie, że $|\sphericalangle ADB| = 20^\circ$ i $|\sphericalangle DBC| = 40^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K.



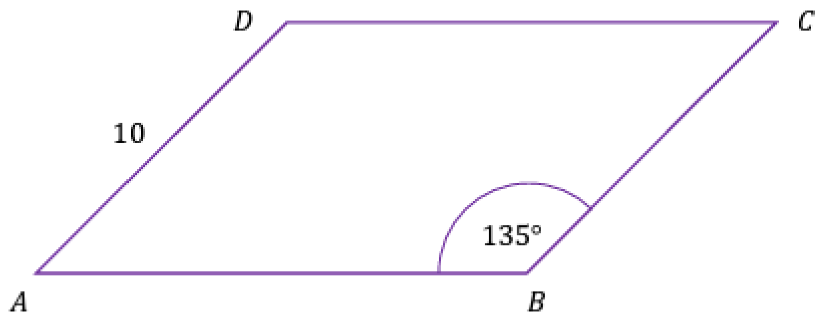
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta DKC jest równa

A. 80° **B.** 60° **C.** 50° **D.** 40°

Zadanie 25. (0–1)

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę $135°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku AB jest równa

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $8\sqrt{2}$ **C.** $16\sqrt{2}$ **D.** $16\sqrt{3}$

Zadanie 20. (0–1)

Trapez T_1, o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2. Pole trapezu T_2 jest równe 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trapezu T_2 jest równy

A. 18 **B.** 9 **C.** $\frac{169}{9}$ **D.** $\frac{52}{3}$

Zadanie 21. (0–1)

Koło ma promień równy 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód wycinka tego koła o kącie środkowym $30°$ jest równy

A. $\frac{3}{4}\pi$ **B.** $\frac{1}{2}\pi$ **C.** $\frac{3}{4}\pi + 6$ **D.** $\frac{1}{2}\pi + 6$

Zadanie 22. (0–1)

W okręgu $\mathcal{O}$ kąt środkowy β oraz kąt wpisany α są oparte na tym samym łuku. Kąt β ma miarę o $40°$ większą od kąta α.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta β jest równa

A. $40°$ **B.** $80°$ **C.** $100°$ **D.** $120°$

Zadanie 23. (0–1)

W trójkącie ABC długość boku AC jest równa 3, a długość boku BC jest równa 4. Dwusieczna kąta ACB przecina bok AB w punkcie D.

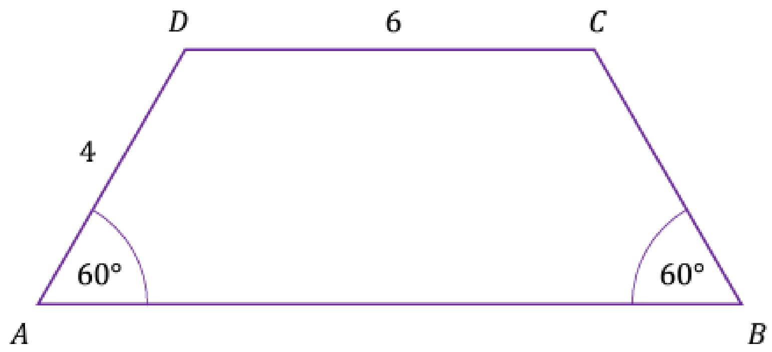
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek $|AD| : |DB|$ jest równy

A. $4 : 3$ **B.** $4 : 7$ **C.** $3 : 4$ **D.** $3 : 7$

Zadanie 24. (0–2)

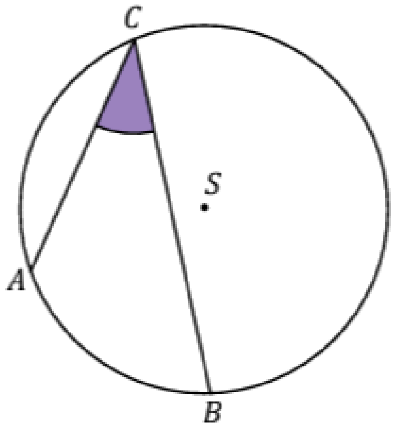
Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę $60°$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie S. Długość łuku AB, na którym jest oparty kąt wpisany ACB, jest równa $\frac{1}{5}$ długości okręgu (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ACB jest równa

A. $18°$ **B.** $30°$ **C.** $36°$ **D.** $72°$

Zadanie 22. (0–2)

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość równą 12. Punkt S jest środkiem boku BC tego kwadratu. Na odcinku AS leży punkt P taki, że odcinek BP jest prostopadły do odcinka AS.

Oblicz długość odcinka BP. Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze $120°$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego równoległoboku jest równe

A. 12 **B.** $12\sqrt{3}$ **C.** 6 **D.** $6\sqrt{3}$

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 5$, $|AC| = 2$ oraz $\cos|\sphericalangle BAC| = \frac{3}{5}$.

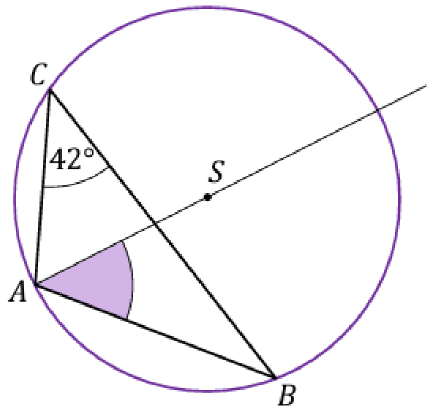
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku BC tego trójkąta jest równa

A. $\sqrt{17}$ **B.** $\sqrt{23}$ **C.** $\sqrt{35}$ **D.** $\sqrt{41}$

Zadanie 22. (0–1)

W trójkącie ABC, wpisanym w okrąg o środku w punkcie S, kąt ACB ma miarę 42° (zobacz rysunek).



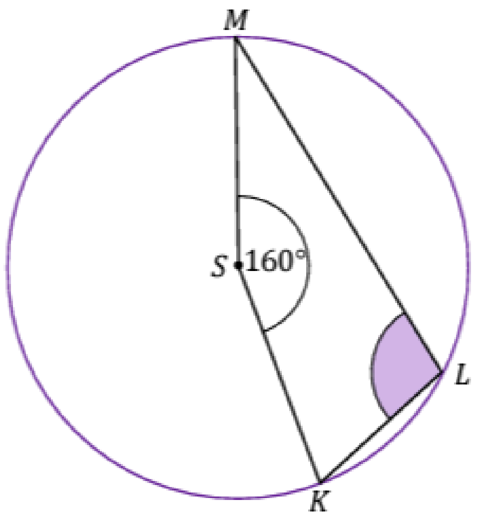
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BAS jest równa

A. 42° **B.** 45° **C.** 48° **D.** 69°

Zadanie 19. (0–1)

Punkty K, L oraz M leżą na okręgu o środku w punkcie S. Miara kąta KSM jest równa 160° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wpisanego KLM jest równa

A. 80° **B.** 90° **C.** 100° **D.** 110°

Geometria analityczna

Zadanie 26. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku $S = (-1, 2)$ i promieniu 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$
D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$

Zadanie 27. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste o równaniach:

- $y = \sqrt{3}x + 6$
- $y = -\sqrt{3}x + 6$
- $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - 2$,

przecinają się w punktach, które są wierzchołkami trójkąta KLM.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Trójkąt KLM jest

A.	równoramienny,	ponieważ	**1.**	oś Ox przechodzi przez jeden z wierzchołków tego trójkąta i środek jednego z boków tego trójkąta.
			2.	dwie z tych prostych są prostopadłe.
B.	prostokątny,		**3.**	oś Oy zawiera dwusieczną tego trójkąta.

Zadanie 28. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (-1, -4)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (2, 2)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

A. $\sqrt{5}$
B. $2\sqrt{5}$
C. $3\sqrt{5}$
D. $6\sqrt{5}$

Zadanie 24. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (2, 8)$ oraz $B = (10, 2)$. Symetralna odcinka AB przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie P.

Oblicz współrzędne punktu P oraz długość odcinka AP. Zapisz obliczenia.

Zadanie 23.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o równaniu

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$$

Zadanie 23.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Do okręgu $\mathcal{O}$ należy punkt o współrzędnych $(-1, -3)$.	**P**	**F**
Promień okręgu $\mathcal{O}$ jest równy 5.	**P**	**F**

Zadanie 23.2. (0–1)

Okrąg $\mathcal{K}$ jest obrazem okręgu $\mathcal{O}$ w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{K}$ jest określony równaniem

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$

B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$

D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$

Zadanie 24. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (2, 8)$ oraz $B = (10, 2)$. Symetralna odcinka AB przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie P.

Oblicz współrzędne punktu P oraz długość odcinka AP. Zapisz obliczenia.

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (m+1)x + 7$$

$$l\colon\ y = -2x + 7$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są prostopadłe, gdy liczba m jest równa

A. $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** (-3) **D.** 1

Zadanie 24. (0–2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $A = (-2, 6)$ oraz $B = (10, 2)$. Przekątne AC oraz BD tego równoległoboku przecinają się w punkcie $P = (6, 7)$.

Oblicz długość boku BC tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przekątne równoległoboku $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = (9, 11)$. Bok AB tego równoległoboku zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - 1$, a bok AD zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x - 4$.

Oblicz współrzędne wierzchołka B. Zapisz obliczenia.

Zadanie 22. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (3m - 2)x - 2$$

$$l\colon\ y = (2m + 4)x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-6) **B.** (-2) **C.** 2 **D.** 6

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (-4, 7)$ oraz $B = (6, -1)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 41$

B. $(x - 5)^2 + (y + 4)^2 = 41$

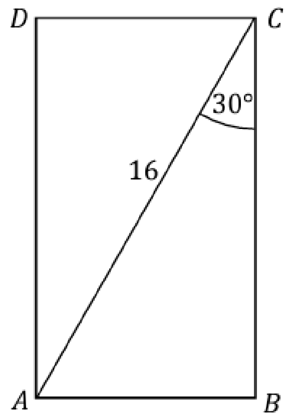
C. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 41$

D. $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 41$

Stereometria

Zadanie 25. (0–1)

Powierzchnię boczną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa). Przekątna AC tego prostokąta ma długość 16 i tworzy z bokiem BC kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



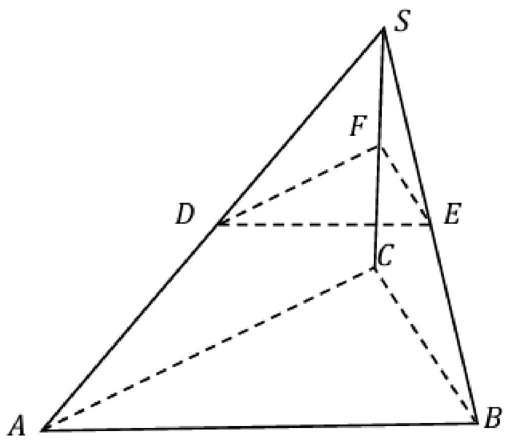
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. 8 **B.** $8\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 2

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$ o podstawie ABC. Punkty D, E i F są środkami – odpowiednio – krawędzi bocznych AS, BS i CS (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek objętości ostrosłupa $DEFS$ do objętości ostrosłupa $ABCS$ jest równy

A. $3:4$ **B.** $1:4$ **C.** $1:8$ **D.** $3:8$

Zadanie 25. (0–3)

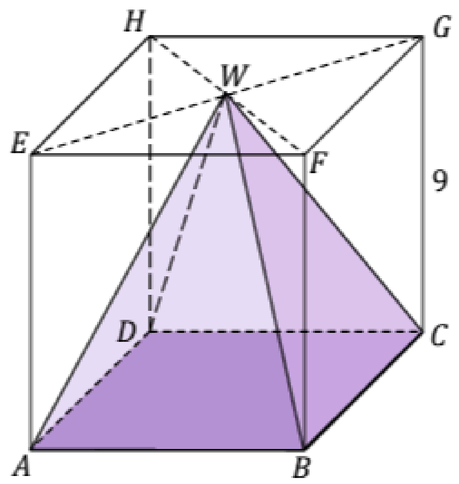
Każda z krawędzi podstawy trójkątnej ostrosłupa ma długość $10\sqrt{3}$, a każda jego krawędź boczna ma długość 15.

Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 30.

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W, który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



Zadanie 30.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość V ostrosłupa $ABCDW$ jest równa

A. 243 **B.** $364{,}5$ **C.** 489 **D.** 729

Zadanie 30.2. (0–2)

Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 31. (0–1)

Dany jest sześcian $\mathcal{F}$ o krawędzi długości a i objętości V oraz sześcian $\mathcal{G}$ o krawędzi długości $3a$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość sześcianu $\mathcal{G}$ jest równa

A. $3V$ **B.** $9V$ **C.** $18V$ **D.** $27V$

Zadanie 25. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

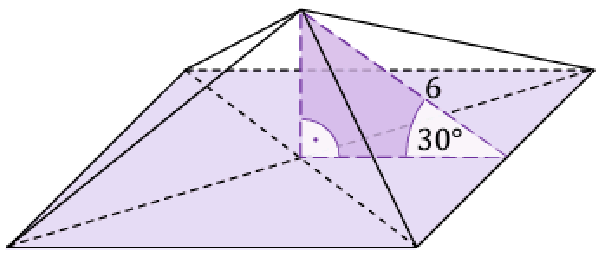
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A. $15\sqrt{2}$ **B.** 45 **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** 10

Zadanie 26. (0–4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30°$ i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 27. (0–1)

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. kwadrat.
B. pięciokąt foremny.
C. sześciokąt foremny.
D. siedmiokąt foremny.

Zadanie 29.

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

Zadanie 29.1. (0–1)

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią wartość liczbową w wykropkowanym miejscu.

Objętość tego ostrosłupa jest równa ....

Zadanie 29.2. (0–1)

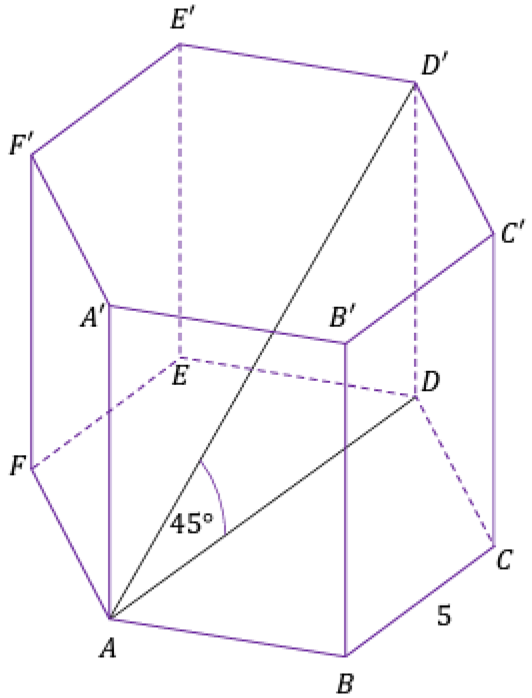
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 30. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $45°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. $12{,}5$ **B.** 25 **C.** 50 **D.** 100

Zadanie 29.

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6.

Zadanie 29.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

A. $216 + 18\sqrt{3}$ **B.** $216 + 54\sqrt{3}$ **C.** $216 + 216\sqrt{3}$ **D.** $216 + 108\sqrt{3}$

Zadanie 29.2. (0–1)

Oblicz cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy graniastosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 25. (0–1)

Ostrosłup prawidłowy ma 2024 ściany boczne.

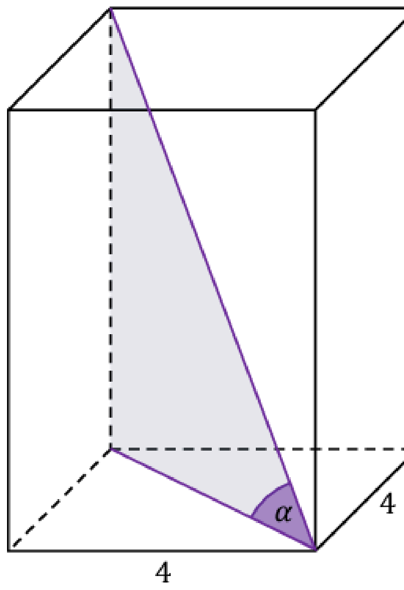
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

A. 2025 **B.** 2026 **C.** 4048 **D.** 4052

Zadanie 27. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 4. Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg}\alpha = 2$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego graniastosłupa jest równa

A. 2 **B.** 8 **C.** $8\sqrt{2}$ **D.** $16\sqrt{2}$

Zadanie 25. (0–1)

Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

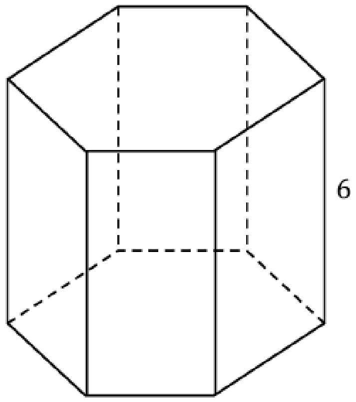
Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe

A. 376 **B.** 466 **C.** 480 **D.** 720

Zadanie 25.

Wysokość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek).

Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe $15\sqrt{3}$.



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole jednej ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

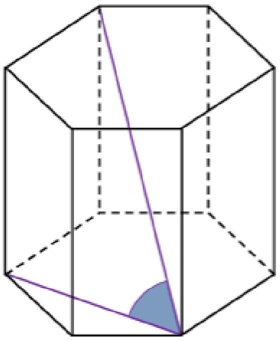
A. $36\sqrt{10}$ **B.** 60 **C.** $6\sqrt{10}$ **D.** 360

Zadanie 25.2. (0–1)

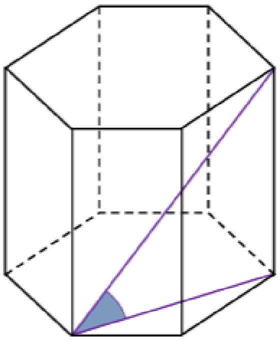
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy jest zaznaczony na rysunku

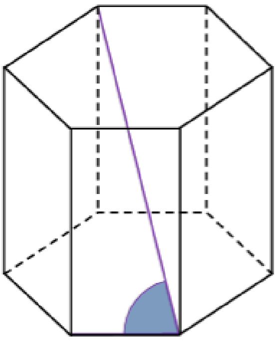
A.



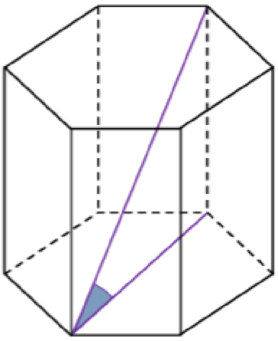
B.



C.



D.



Zadanie 26. (0–1)

Ostrosłup F_1 jest podobny do ostrosłupa F_2.
Objętość ostrosłupa F_1 jest równa 64.
Objętość ostrosłupa F_2 jest równa 512.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_2 do pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_1 jest równy ....

Zadanie 24. (0–1)

Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12.

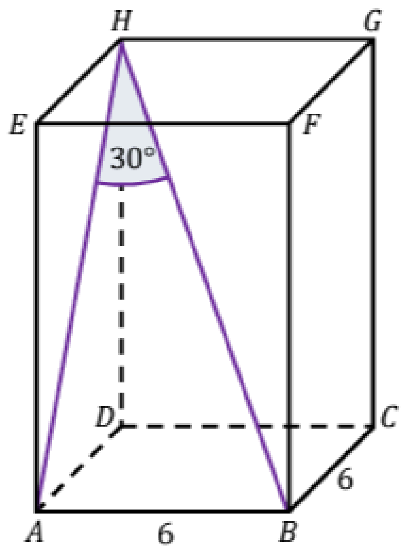
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa

A. 10 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 13

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym podstawy $ABCD$ i $EFGH$ są kwadratami o boku długości 6. Przekątna BH tego prostopadłościanu tworzy z przekątną AH ściany bocznej $ADHE$ kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna BH tego prostopadłościanu ma długość równą

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $12\sqrt{2}$

Statystyka

Zadanie 30.

W pewnej grupie 100 uczniów przeprowadzono sondaż dotyczący dziennego czasu korzystania z komputera. Wyniki sondażu przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażony w godzinach – dzienny czas korzystania przez ucznia z komputera. Na osi pionowej przedstawiono liczbę uczniów, którzy dziennie korzystają z komputera przez określony czas.

Zadanie 30.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa $2{,}25$ godziny.	**P**	**F**
Połowa z tej grupy uczniów korzysta dziennie z komputera przez mniej niż $2{,}5$ godziny.	**P**	**F**

Zadanie 30.2. (0–1)

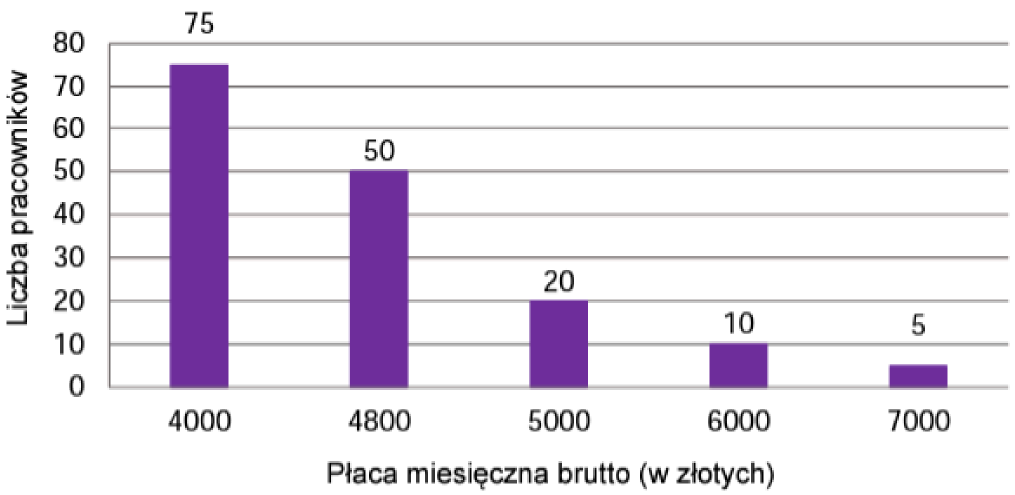
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dominanta dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa

A. $2{,}25$ godziny. **B.** $2{,}50$ godziny. **C.** $2{,}75$ godziny. **D.** $1{,}50$ godziny.

Zadanie 24.

Firma $\mathcal{F}$ zatrudnia 160 osób. Rozkład płac brutto pracowników tej firmy przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażoną w złotych – miesięczną płacę brutto, a na osi pionowej podano liczbę pracowników firmy $\mathcal{F}$, którzy otrzymują płacę miesięczną w danej wysokości.



Zadanie 24.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia miesięczna płaca brutto w firmie $\mathcal{F}$ jest równa

A. $4\,593{,}75$ zł **B.** $4\,800{,}00$ zł **C.** $5\,360{,}00$ zł **D.** $2\,399{,}33$ zł

Zadanie 24.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana miesięcznej płacy pracowników firmy $\mathcal{F}$ jest równa

A. $4\,000$ zł **B.** $4\,800$ zł **C.** $5\,000$ zł **D.** $5\,500$ zł

Zadanie 24.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba pracowników firmy $\mathcal{F}$, których miesięczna płaca brutto nie przewyższa $5\,000$ zł, stanowi (w zaokrągleniu do 1%)

A. 91% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

B. 78% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

C. 53% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

D. 22% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

Zadanie 28. (0–1)

W tabeli zestawiono liczbę punktów uzyskanych przez 32 uczniów pewnej klasy za rozwiązanie jednego z zadań testu z matematyki.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	2	2	5	6	11	6

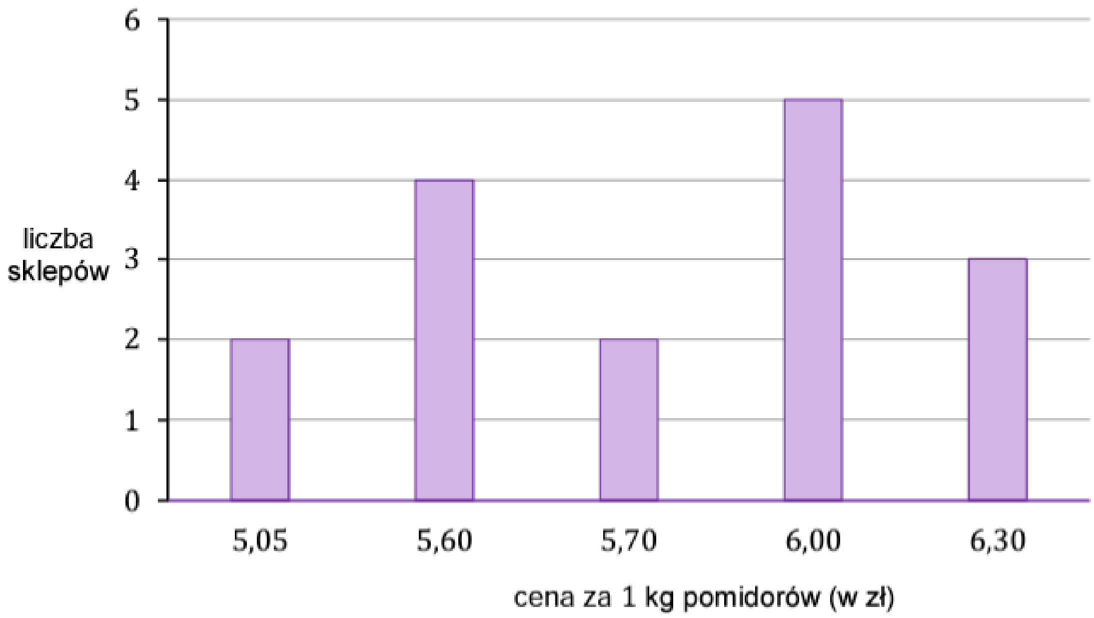
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie tego zadania przez uczniów tej klasy jest równa

A. 2,5 **B.** 3,25 **C.** 3,31 **D.** 4

Zadanie 29. (0–2)

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny pomidorów w szesnastu wybranych sklepach.



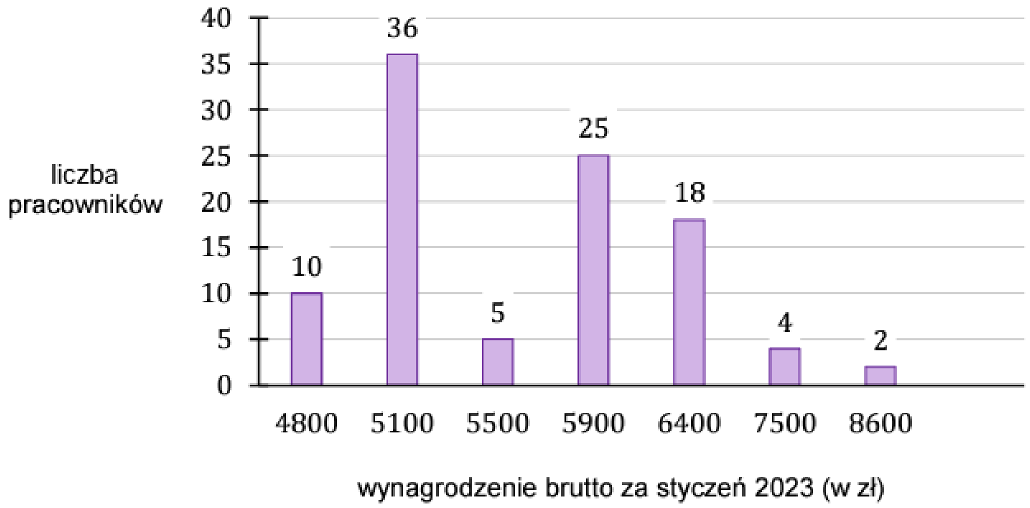
Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

29.1.	Mediana ceny kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	
29.2.	Średnia cena kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	

A. 5,80 zł **B.** 5,73 zł **C.** 5,85 zł **D.** 6,00 zł **E.** 5,70 zł

Zadanie 32. (0–1)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2023 roku.



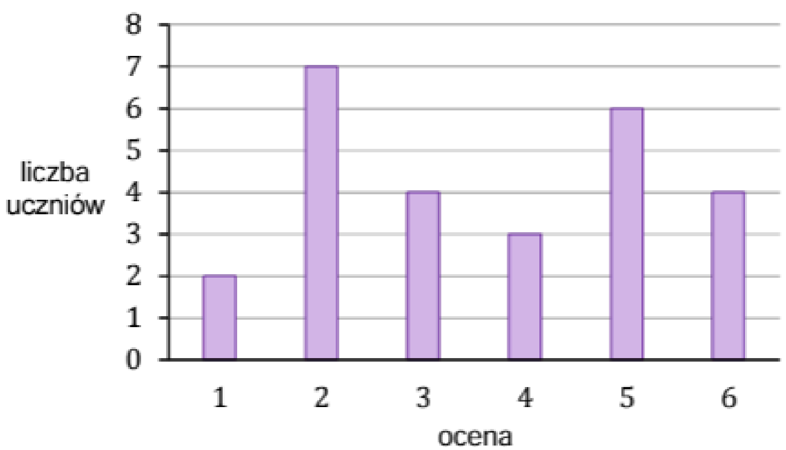
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2023 roku jest równa

A. 5 690 zł **B.** 5 280 zł **C.** 6 257 zł **D.** 5 900 zł

Zadanie 29. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



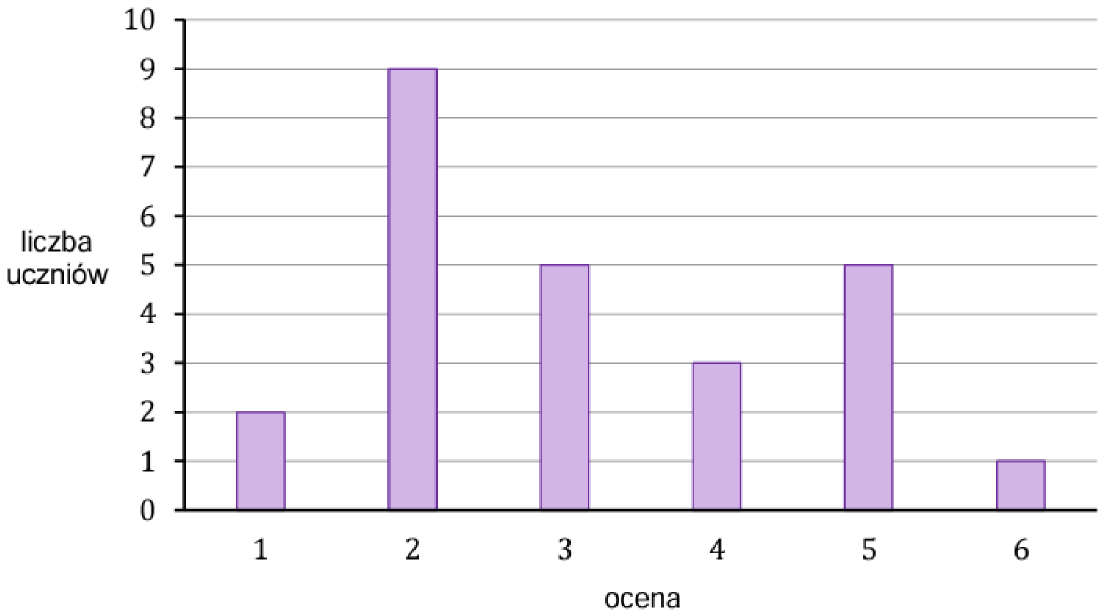
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

A. 4,5 **B.** 4 **C.** 3,5 **D.** 3

Zadanie 28. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

A. 3 **B.** $3{,}12$ **C.** $3{,}5$ **D.** $4{,}1(6)$

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna trzech liczb: a, b, c, jest równa 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna sześciu liczb: a, a, b, b, c, c, jest równa

A. 9 **B.** 6 **C.** $4{,}5$ **D.** 18

Rachunek prawdopodobieństwa

Zadanie 28. (0–3)

W pojemniku znajdują się losy loterii fantowej ponumerowane kolejnymi liczbami naturalnymi od 1000 do 9999. Każdy los, którego numer jest liczbą o sumie cyfr równej 3, jest wygrywający. Uczestnicy loterii losują z pojemnika po jednym losie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że pierwszy los wyciągnięty z pojemnika był wygrywający.
Zapisz obliczenia.

Zadanie 19. (0–1)

W pojemniku są wyłącznie kule białe i czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $4 : 5$. Z pojemnika losujemy jedną kulę.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{4}{5}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, które są nieparzyste i podzielne przez 25, jest

A. $9 \cdot 9 \cdot 2$ **B.** $9 \cdot 10 \cdot 2$ **C.** $9 \cdot 9 \cdot 4$ **D.** $9 \cdot 10 \cdot 4$

Zadanie 32. (0–1)

Na loterii stosunek liczby losów wygrywających do liczby losów przegrywających jest równy $2 : 7$. Zakupiono jeden los z tej loterii.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony los jest wygrywający, jest równe

A. $\frac{1}{9}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{2}{7}$

Zadanie 27. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfra dziesiątek jest o 3 większa od cyfry jedności, jest

A. 3 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 13

Zadanie 29. (0–2)

Dane są dwa zbiory: $C = \{0,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $D = \{1,\ 2,\ 3\}$.
Losujemy jedną liczbę ze zbioru C, a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie większa od 9. Zapisz obliczenia.

Zadanie 28. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry $0, 5, 7$ (np. $57\,075$, $55\,555$), jest

A. 5^3 **B.** $2 \cdot 4^3$ **C.** $2 \cdot 3^4$ **D.** 3^5

Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 15. Zapisz obliczenia.

Zadanie 32. (0–2)

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 8 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie.
Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby 8.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A. Zapisz obliczenia.

Zadanie 30. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się nie powtarzają, jest

A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ **B.** $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ **D.** $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

Zadanie 31. (0–2)

Ze zbioru pięciu liczb $\{1,2,3,4,5\}$ losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że obie wylosowane liczby są nieparzyste. Zapisz obliczenia.

Zadanie 29. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 2, 4, 7 (np.: 7272, 2222, 7244), jest

A. 16 **B.** 27 **C.** 54 **D.** 81

Zadanie 30. (0–1)

W pudełku znajdują się wyłącznie kule białe i czarne. Kul czarnych jest 18.
Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jedną kulę.
Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wyciągniemy kulę czarną, jest równe $\frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba kul białych w pudełku, przed wyciągnięciem jednej kuli, była równa

A. 9 **B.** 12 **C.** 15 **D.** 30

Zadanie 31. (0–2)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że w pierwszym rzucie wypadnie większa liczba oczek niż w drugim rzucie. Zapisz obliczenia.

Zadanie 27. (0–1)

Rozważamy wszystkie kody czterocyfrowe utworzone tylko z cyfr 1, 3, 6, 8, przy czym w każdym kodzie każda z tych cyfr występuje dokładnie jeden raz.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich takich kodów jest równa

A. 4 **B.** 10 **C.** 24 **D.** 16

Zadanie 30. (0–2)

Dany jest pięcioelementowy zbiór $K = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru K losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą. Zapisz obliczenia.